

## FUNZIONI

- Misurazioni dell'ampiezza di oscillazioni forzate in funzione della frequenza di eccitazione per smorzamenti differenti.
- Osservazione dello spostamento di fase tra eccitazione e oscillazione per frequenze di oscillazione molto ridotte e molto elevate.

## SCOPO

Misurazione e analisi di oscillazioni forzate

## RIASSUNTO

Il pendolo di torsione del Prof. Pohl è adatto anche all'analisi delle oscillazioni forzate. A tale scopo il sistema oscillante è collegato a un'asta di eccitazione che, azionata da un motore a corrente continua con velocità regolabile, separa e comprime le molle a spirale in sequenza periodica. Nell'esperimento viene misurata l'ampiezza in funzione della frequenza di eccitazione per smorzamenti differenti, e osservato lo spostamento di fase tra eccitazione e oscillazione.

## APPARECCHI NECESSARI

Numero	Apparecchio	Cat. n°
1	Pendolo di torsione di Pohl	1002956
1	Cronometro meccanico, 15 min	1003369
1	Alimentatore a spina 24 V, 700 mA (230 V, 50/60 Hz)	1000681 o
	Alimentatore a spina 24 V, 700 mA (115 V, 50/60 Hz)	1000680
1	Alimentatore CC 0 – 20 V, 0 – 5 A (230 V, 50/60 Hz)	1003312 o
	Alimentatore CC 0 – 20 V, 0 – 5 A (115 V, 50/60 Hz)	1003311
2	Multimetro analogico AM50	1003073
1	Set di 15 cavi di sicurezza per esperimenti, 75 cm	1002843

# 2

## BASI GENERALI

Il pendolo di torsione del Prof. Pohl è adatto anche all'analisi delle oscillazioni forzate. A tale scopo il sistema oscillante è collegato a un'asta di eccitazione che, azionata da un motore a corrente continua con velocità regolabile, separa e comprime le molle a spirale in sequenza periodica.

L'equazione di moto per questo sistema è

$$(1) \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \delta \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \cdot \varphi = A \cdot \cos(\omega_E \cdot t)$$

$$\text{con } \delta = \frac{k}{2J}, \quad \omega_0^2 = \frac{D}{J}, \quad A = \frac{M_0}{J}$$

$J$ : Momento d'inerzia

$D$ : Indice di rigidezza

$k$ : Coefficiente di smorzamento

$M_0$ : Ampiezza del momento torcente esterno

$\omega_E$ : Frequenza dell'andamento periodico del momento torcente esterno

La soluzione di questa equazione del moto si compone di una soluzione dell'equazione omogenea e di una soluzione particolare o parte non omogenea. L'equazione omogenea è l'equazione del moto dell'oscillazione smorzata libera, analizzata nell'esperimento UE1050500. Con il tempo la sua soluzione si riduce in modo esponenziale, diventando trascurabile rispetto alla parte non omogenea dopo il cosiddetto tempo di assestamento.

La parte non omogenea

$$(2) \quad \varphi(t) = \varphi_E \cdot \cos(\omega_E \cdot t - \psi_E)$$

dipende invece dal momento torcente esterno e pertanto è presente finché esso viene applicato. La relativa ampiezza

$$(3) \quad \varphi_E = \frac{A_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_E^2)^2 + 4 \cdot \delta^2 \cdot \omega_E^2}}$$

crece quindi in proporzione a quanto la frequenza di eccitazione  $\omega_E$  si avvicina alla frequenza propria  $\omega_0$  del pendolo di torsione. Con  $\omega_E = \omega_0$  si parla di risonanza.

Lo spostamento di fase

$$(4) \quad \psi_E = \arctan\left(\frac{2 \cdot \delta \cdot \omega_E}{\omega_0^2 - \omega_E^2}\right)$$

mostra che le deviazioni del pendolo dipendono dall'eccitazione. Con frequenze molto ridotte è vicino allo zero e cresce in presenza di frequenze maggiori, fino a raggiungere  $90^\circ$  alla frequenza di risonanza. Con frequenze di eccitazione molto elevate l'eccitazione e l'oscillazione possono arrivare a subire uno spostamento di fase di  $180^\circ$ .

## ANALISI

Viene tracciato il grafico dei valori misurati di ampiezza delle oscillazioni smorzate rispetto alla frequenza di eccitazione. Ne risultano curve di misurazione differenti, che possono essere descritte dall'equazione (4) con il relativo parametro di smorzamento  $\delta$ .

Si notano lievi scostamenti rispetto ai valori di smorzamento utilizzati per l'esperimento UE1050500. Ciò è riconducibile al fatto che la forza di attrito non è, come presupposto, esattamente proporzionale alla velocità.

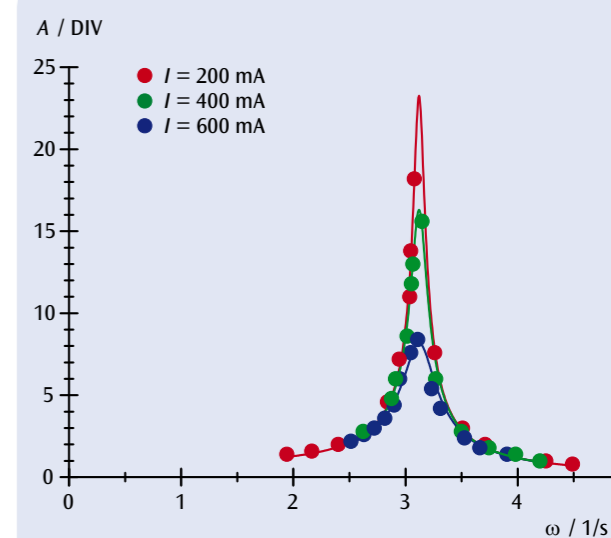


Fig. 1: Curve di risonanza con smorzamenti diversi