

## Seconda legge di Keplero

### CONFERMA DELLA LEGGE DELLE AREE UGUALI PER I MOTI ORIGINATI DA FORZE CENTRALI (SECONDA LEGGE DI KEPLERO).

- Registrazione dell'oscillazione ellittica di un pendolo con il metodo delle impronte nella polvere.
- Confronto delle velocità del corpo del pendolo in corrispondenza della distanza minima e massima dalla posizione di riposo.
- Determinazione della superficie descritta dal raggio vettore del corpo del pendolo per ogni intervallo di tempo in corrispondenza della distanza minima e massima dalla posizione di riposo.

UE1030700

03/16 JS

### BASI GENERALI

**Nel moto di un pianeta attorno al sole l'impulso di rotazione resta costante in quanto la forza che agisce sul pianeta è sempre diretta verso il centro del moto. Da ciò è possibile dedurre direttamente che l'orbita planetaria deve trovarsi su un piano fisso. Da ciò deriva inoltre la seconda legge di Keplero, nota anche come legge delle aree uguali, in base alla quale il raggio di congiunzione tra il sole e il pianeta descrive aree uguali in intervalli di tempo uguali.**

Ai fini della validità della legge delle aree uguali, la precisa dipendenza della forza centrale dalla distanza dal centro della forza non ha alcun ruolo. Essa definisce unicamente la forma della traiettoria attorno al centro di forza. Pertanto la legge delle aree uguali vale anche per le oscillazioni ellittiche di un pendolo attorno alla posizione di riposo, finché il rispettivo angolo di spostamento non è troppo grande. Il corpo del pendolo si muove quasi su un piano orizzontale (vedere la fig. 1) e su ogni punto dell'orbita  $r$  agisce una forza di richiamo

$$F = -\frac{m \cdot g}{d} \cdot r, \quad (1)$$

$g$ : accelerazione di caduta,  $d$ : lunghezza del pendolo,  $m$ : massa del corpo del pendolo

diretta verso la posizione di riposo del pendolo. Questa forza lascia inalterato l'impulso di rotazione

$$L = m \cdot r(t) \times \frac{\Delta r(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

del corpo del pendolo. Pertanto anche la superficie descritta dal raggio vettore  $r(t)$  per intervallo di tempo  $\Delta t$

$$\Delta A = \frac{1}{2} \cdot |r(t) \times \Delta r(t)| = \frac{1}{2} \cdot r(t) \cdot \Delta r(t) \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

è costante (vedere la fig. 2).

Nell'esperimento, il moto del corpo del pendolo viene registrato secondo il metodo delle impronte nella polvere. A tale scopo, l'elettrodo di scrittura del corpo del pendolo scivola

su una piastra isolata ricoperta di polvere di zolfo fine. Una tensione alla frequenza della tensione alternata di rete tra l'elettrodo di scrittura e la piastra provoca, a seconda della polarità, l'attrazione o la repulsione elettrostatica della polvere di zolfo. Si registra così una traccia con i segni prodotti nei vari momenti, dalla cui distanza spaziale è possibile calcolare direttamente la velocità del corpo del pendolo.

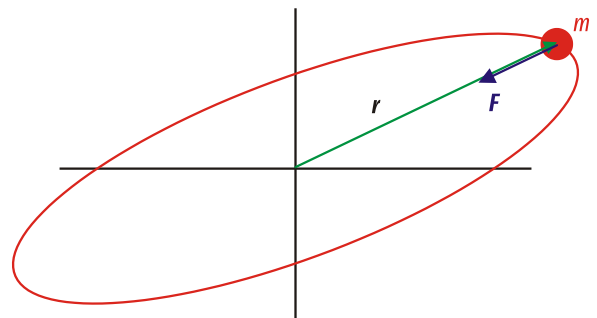


Fig. 1: Oscillazione ellittica del corpo del pendolo osservata dall'alto

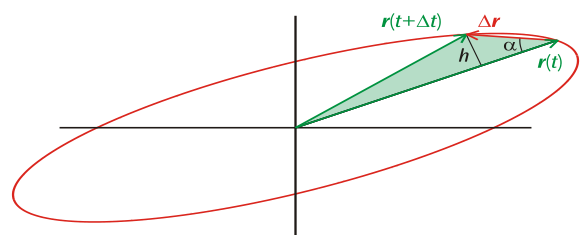


Fig. 2: Superficie descritta dal raggio vettore del corpo del pendolo nell'intervallo di tempo  $\Delta t$

## ELENCO DEGLI STRUMENTI

1 Kit per la registrazione mediante tracce di polvere	1000739 (U8400870)
1 Pendolo con elettrodo di scrittura	1000780 (U8405640)
2 Base di supporto, 3 gambe, 150 mm	1002835 (U13270)
2 Asta di supporto, 1000 mm	10002936 (U15004)
1 Asta di supporto, 750 mm	1002935 (U15003)
3 Manicotto universale	1002830 (U13255)

## MONTAGGIO



Fig. 3: disposizione per la misurazione

- Bloccare verticalmente le aste di supporto lunghe nelle basi di supporto e montare orizzontalmente sulla loro estremità superiore l'asta di supporto corta (vedere la fig. 3).
- Distribuire la polvere di zolfo con il pennello in uno strato sottile il più possibile fine e uniforme sull'intera piastra
- Per appendere il pendolo bloccare il perno metallico sull'estremità superiore della catena del pendolo nel terzo manicotto universale.
- Collocare la piastra tra le due basi di supporto e allineare il pendolo al centro sopra la piastra.
- Rilasciare il fermo dell'elettrodo di scrittura.
- Regolare in altezza il pendolo spostando verticalmente l'asta trasversale e ruotando il manicotto universale attorno all'asta trasversale in modo che l'elettrodo di scrittura sia in contatto con la piastra anche in caso di pendolo deviato.

## ESECUZIONE

- Collegare il trasformatore alla rete.
- Inserire un connettore nel jack della piastra e bloccare il secondo in modo elettricamente conduttivo a una base di supporto
- Mettere il corpo del pendolo in un'oscillazione ellittica, in cui i due semiassi dell'ellisse siano chiaramente differenti.
- Arrestare il corpo del pendolo dopo la registrazione di una o al massimo due ellissi e terminare la registrazione.

## ESEMPIO DI MISURAZIONE

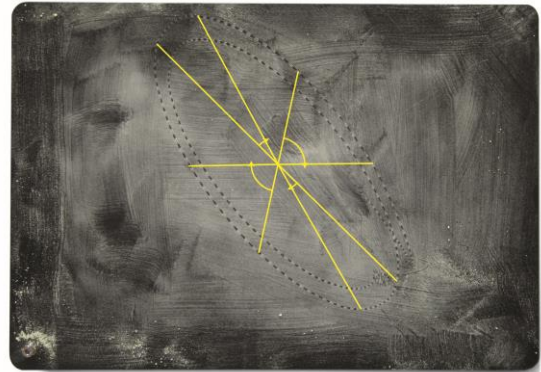


Fig. 4: Traccia temporizzata con la frequenza di rete del corpo del pendolo (disegnato in giallo: superfici descritte dal raggio vettore in 10 periodi di oscillazione in caso di distanza minima e massima dal centro)

## ANALISI

Per prima cosa si determina graficamente il centro della traccia registrata e le posizioni della traiettoria in corrispondenza delle quali la distanza dal centro è massima o minima (vedere la fig. 4).

Per queste posizioni della traiettoria viene definita l'area descritta dal raggio vettore in 10 periodi oscillatori della tensione alternata (vedere la fig. 4), e tale area, per semplificare le cose, viene applicata come un triangolo. In questa approssimazione viene trascurata la curvatura della traiettoria. Il resto non rilevato può essere applicato in una 2. approssimazione nuovamente come triangolo con lo stesso lato di base  $g$  (vedere tab. 1).

La somma  $F$  delle due superfici del triangolo dalla 1. e dalla 2. approssimazione diviene sempre minore nel corso del movimento del pendolo (vedere tab. 1) poiché l'impulso di rotazione del corpo del pendolo diviene sempre minore a causa dell'attrito.

Tab. 1: Determinazione della superficie  $F$  descritta dal raggio vettore in 10 periodi di oscillazione

	1. Approssimazione		2. Approssimazione		Somma
	$g / \text{mm}$	$h_1 / \text{mm}$	$F_1 / \text{mm}^2$	$h_2 / \text{mm}$	
37	125	2310	7	130	2440
87	53	2310	3	130	2440
34	122	2070	7	120	2190
82	51	2090	2	80	2170