

Movimenti di rotazione uniformemente accelerati

CONFERMA DELL'EQUAZIONE DEL MOTO DI NEWTON

- Registrazione punto per punto del diagramma angolo di rotazione-tempo di un moto di rotazione uniformemente accelerato.
- Conferma della proporzionalità tra angolo di rotazione e quadrato del tempo.
- Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento torcente in accelerazione e conferma dell'equazione del moto di Newton.
- Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento d'inerzia e conferma dell'equazione del moto di Newton.

UE1040101

03/16 JS

BASI GENERALI

La rotazione di un corpo rigido intorno ad un asse fisso può essere descritta in modo analogo ai movimenti di traslazione unidimensionali. Si sostituisce il percorso s con l'angolo di rotazione φ , la velocità v con la velocità angolare ω , l'accelerazione a con l'accelerazione angolare α , la forza di accelerazione F con il momento torcente M che agisce sul corpo rigido, e la massa inerte m con il momento d'inerzia J del corpo rigido intorno all'asse di rotazione.

In analogia con l'equazione del moto di Newton per i movimenti di traslazione vale: un corpo rigido alloggiato in modo girevole e con momento d'inerzia J è sottoposto ad un'accelerazione angolare α , sotto l'effetto

$$M = J \cdot \alpha \quad (1)$$

del momento torcente. Se il momento torcente è costante, allora il corpo compie un moto rotatorio con accelerazione angolare uniforme.

Nell'esperimento, ciò viene verificato con un sistema rotante a sustentamento pneumatico e quindi con un attrito molto ridotto. Si avvia nel momento $t_0 = 0$ con velocità angolare $\omega = 0$ e ruota nel tempo t intorno all'angolo

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$



Fig. 1: Disposizione di misura per l'analisi di movimenti di rotazione uniformemente accelerati

ELENCO DEGLI STRUMENTI

1 Sistema rotante a sostentamento pneumatico @ 230 V
1000782 (U8405680-230)

oppure

Sistema rotante a sostentamento pneumatico @ 115 V
1000781 (U8405680-115)

1 Sensore laser in reflex 1001034 (U8533380)

1 Contatore digitale @ 230 V 1001033 (U8533341-230)
oppure

1 Contatore digitale @ 115 V 1001032 (U8533341-115)

Il momento torcente M si ottiene dalla forza del peso di una massa in accelerazione m_M , che agisce sul corpo con distanza r_M rispetto all'asse di rotazione.

$$M = r_M \cdot m_M \cdot g \quad (3)$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2} : \text{accelerazione di caduta}$$

Se sull'asta del manubrio del sistema rotante si dispongono altre due masse m_J a distanza fissa r_J rispetto all'asse di rotazione, il momento d'inerzia aumenta secondo

$$J = J_0 + 2 \cdot m_J \cdot r_J^2 \quad (4)$$

J_0 : momento d'inerzia senza masse supplementari

Sia per l'accelerazione che per l'aumento dell'inerzia sono disponibili ogni volta più pesi. E' inoltre possibile variare le distanze r_M e r_J . In questo modo si può esaminare l'accelerazione angolare a conferma di (1) in funzione del momento d'inerzia e del momento torcente.

MONTAGGIO

- Montare il sistema rotante a sostentamento pneumatico secondo le istruzioni per l'uso e allinearli orizzontalmente.
- Collocare il disco rotante con il manubrio e avvitare la puleggia.
- Posizionare il sensore di riflesso laser sulla console dell'unità Start/Stop.
- Premere verso l'alto la leva di sgancio dell'unità Start/Stop.
- Accendere la ventola e spostare l'unità Start/Stop con il suo indicatore fino al bordo del disco rotante, in modo che sia bloccata
- Ruotare il disco rotante in modo che l'indicatore sia rivolto verso la posizione 0° .
- Collegare l'unità Start/Stop all'ingresso Start e il sensore di riflessione laser all'ingresso Stop del contatore digitale, rispettando il codice colore dei jack
- Spostare il sensore di riflessione laser in modo che la luce passi attraverso il foro della posizione 0° del disco rotante.
- Impostare il selettore del contatore digitale su $\Delta t_{AB} / ms$.

ESECUZIONE

a) Registrazione punto per punto di un movimento di rotazione uniformemente accelerato:

- Avvolgere il filo attorno allo stadio medio della puleggia ($r_M = 10 \text{ mm}$) e appendere i pesi del gancio con complessivamente 3 g di massa ($m_M = 3 \text{ g}$).
- Ruotare il disco rotante all'angolo iniziale 10° .
- Attivare il movimento di rotazione premendo la leva e attendere fino a che non è conclusa la misurazione del tempo del contatore digitale.
- Leggere il tempo t e inserirlo nella tabella 1.
- Effettuare la misurazione del tempo anche per gli angoli $\varphi = 40^\circ, 90^\circ$ e 250° e inserire i risultati nella tabella 1.

b) Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento torcente di accelerazione:

Per la misurazione dell'accelerazione angolare α in funzione dei parametri M e J viene misurato ogni volta il tempo $t(90^\circ)$ necessario ad una rotazione di 90° . In questo caso vale

$$\alpha = \frac{\pi}{t(90^\circ)^2}$$

- Ruotare il disco rotante all'angolo iniziale 90° .
- Appendere al filo il peso del gancio con la massa $m_M = 1 \text{ g}$.
- Attivare il movimento di rotazione premendo la leva e attendere fino a che non è conclusa la misurazione del tempo del contatore digitale.
- Leggere il tempo $t(90^\circ)$ e inserirlo nella tabella 2a.
- Effettuare la misurazione del tempo anche per gli masse $m_M = 2 \text{ g}, 3 \text{ g}$ e 4 g e inserire i risultati nella tabella 2a.
- Calcolare le accelerazioni angolari α a partire dai tempi misurati e inserirle nella tabella 2a.
- Avvolgere il filo attorno allo stadio più piccolo della puleggia ($r_M = 5 \text{ mm}$) e appendere i pesi del gancio con complessivamente 3 g di massa ($m_M = 3 \text{ g}$).
- Determinare il tempo $t(90^\circ)$ per la rotazione del disco di 90° e inserirlo nella tabella 2b.
- Effettuare la misurazione del tempo anche per il raggio $r_M = 15 \text{ mm}$ e inserire i risultati nella tabella 2b.
- Calcolare le accelerazioni angolari α a partire dai tempi misurati e inserirle nella tabella 2b.

c) Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento d'inerzia:

- Avvolgere il filo attorno allo stadio medio della puleggia ($r_M = 10 \text{ mm}$) e appendere i pesi del gancio con complessivamente 3 g di massa ($m_M = 3 \text{ g}$).
- Determinare il tempo $t(90^\circ)$ per la rotazione del disco di 90° e inserirlo nella tabella 3.
- Appendere al manubrio due masse aggiuntive $m_J = 50 \text{ g}$, disposte simmetricamente alla distanza $r_J = 30 \text{ mm}$.
- Determinare il tempo $t(90^\circ)$ e inserirlo nella tabella 3.
- Aumentare le distanze r_J in stadi di 20 mm, ogni volta determinare il tempo $t(90^\circ)$ e inserirlo nella tabella 3.

ESEMPIO DI MISURAZIONE

a) Registrazione punto per punto di un movimento di rotazione uniformemente accelerato:

Tab. 1: Angolo di rotazione φ e tempo t di un movimento di rotazione uniformemente accelerato

φ	t / ms	φ	t / ms
0°	0	90°	3078
10°	1025	160°	4132
40°	2038	250°	5184

b) Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento torcente di accelerazione:

Tab. 2a: Accelerazione angolare α in funzione del momento torcente M (calcolato in base all'equazione 3). Misurazione della forza applicata con raggio costante $r_M = 10 \text{ mm}$

m_M / g	$M / \text{mN mm}$	$t(90^\circ) / \text{s}$	$\alpha / \text{rad/s}^2$
1	98	5,2	0,12
2	196	3,8	0,22
3	294	3,1	0,33
4	392	2,6	0,46

Tab. 2b: Accelerazione angolare α in funzione del momento torcente M (calcolato in base all'equazione 3). Misurazione del peso del gancio appeso con massa costante $m_M = 3 \text{ g}$.

r_M / mm	$M / \text{mN mm}$	$t(90^\circ) / \text{s}$	$\alpha / \text{rad/s}^2$
5	147	4,4	0,16
10	294	3,1	0,33
15	441	2,5	0,50

c) Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento d'inerzia:

Tab. 3: Accelerazione angolare α in funzione del momento d'inerzia J (calcolato in base all'equazione 4 con $J_0 = 0,873 \text{ g m}^2$). Parametri di misurazione: $m_M = 3 \text{ g}$, $r_M = 10 \text{ mm}$, $m_J = 50 \text{ g}$

r_J / mm	$J / \text{g m}^2$	$J_{\text{ges}} / \text{g m}^2$	$t(90^\circ) / \text{s}$	$\alpha / \text{rad/s}^2$
0	0,000	0,873	3,098	0,33
30	0,090	0,963	3,277	0,29
50	0,250	1,123	3,46	0,26
70	0,490	1,363	3,857	0,21
90	0,810	1,683	4,276	0,17
110	1,210	2,083	4,724	0,14
130	1,690	2,563	5,231	0,11
150	2,250	3,123	5,778	0,09
170	2,890	3,763	6,307	0,08
190	3,610	4,483	6,93	0,07
210	4,410	5,283	7,481	0,06

ANALISI

a) Registrazione punto per punto di un movimento di rotazione uniformemente accelerato:

Variante 1:

Calcolo dei rapporti dei tempi per gli angoli di rotazione $\varphi_0 = 10^\circ$, $\varphi_1 = 40^\circ$, $\varphi_2 = 90^\circ$ e $\varphi_3 = 250^\circ$

$$\frac{t(4 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{2038 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 2,0, \quad \frac{t(9 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{3078 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 3,0,$$

$$\frac{t(16 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{4132 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 4,0,$$

$$\frac{t(25 \cdot \varphi_0)}{t(\varphi_0)} = \frac{5184 \text{ ms}}{1025 \text{ ms}} = 5,1$$

I tempi, all'interno del range di precisione di misura, si trovano in un rapporto di 5 : 4 : 3 : 2 : 1, se gli angoli di rotazione sono in rapporto di 25 : 16 : 9 : 4 : 1. L'angolo di rotazione è quindi proporzionale al quadrato del tempo. $\varphi \propto t^2$

Variante 2:

Inserimento dei risultati di misurazione in un diagramma angolo di rotazione-tempo. L'adeguamento di una parabola ai valori misurati conferma che l'angolo di rotazione φ non è una funzione lineare del tempo t . (vedere la Fig. 2).

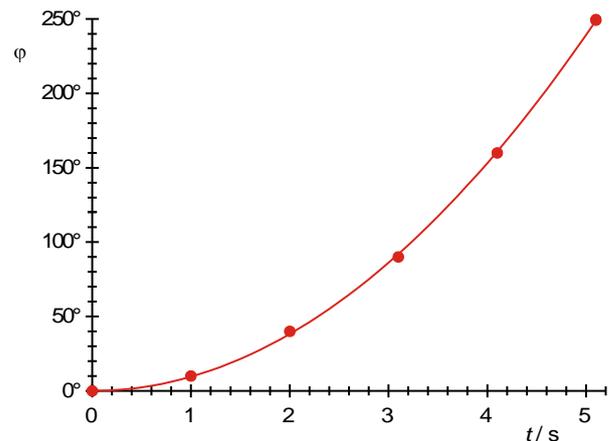


Fig. 2: Diagramma angolo di rotazione-tempo di un moto rotatorio uniformemente accelerato

Linearizzazione mediante rappresentazione dell'angolo di rotazione come funzione del quadrato del tempo (ved. Fig. 3):

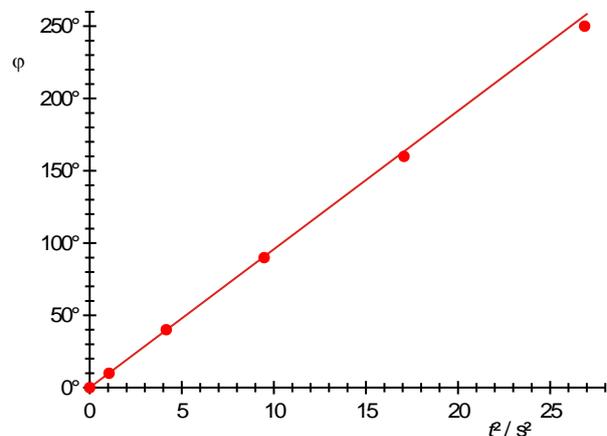


Fig. 3: Angolo di rotazione come funzione del quadrato del tempo

La corrispondenza delle rette di origine adattate con i valori di misurazione conferma l'equazione (2). A partire dalla pendenza della retta A è possibile calcolare l'accelerazione angolare.

$$\alpha = 2 \cdot A = 18,68 \frac{\text{grad}}{\text{s}^2} = 0,326 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento torcente di accelerazione:

Nella figura 4 i dati delle tabelle 2a e 2b sono rappresentati in un diagramma angolo di rotazione-momento torcente. Essi corrispondono alle rette di origine disegnate entro i limiti della precisione di misura

$$\alpha = \frac{1}{0,873 \text{ g m}^2} \cdot M$$

Viene così confermata l'equazione 1.

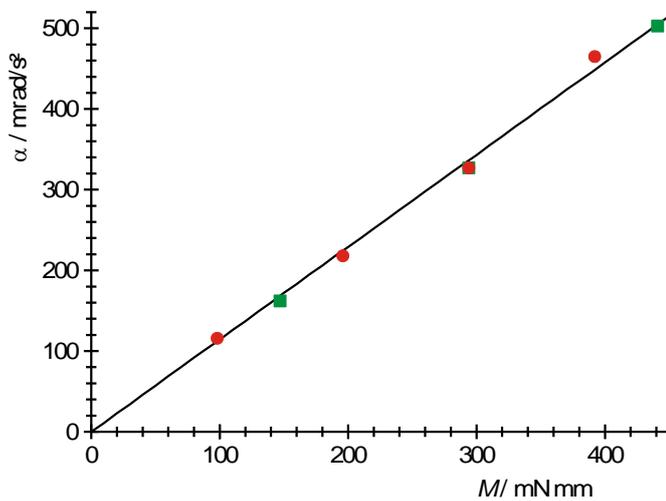


Fig. 4: Accelerazione angolare α come funzione del momento torcente di accelerazione M (● : $r_M = 10$ mm, ■ : $m_M = 3$ g)

c) Determinazione dell'accelerazione angolare in funzione del momento d'inerzia:

A partire dalla pendenza delle rette di origine della figura 4 per il momento di inerzia del disco rotante con manubrio si calcola il valore $J_0 = 0,873 \text{ g m}^2$. Questo valore entra nel calcolo del momento d'inerzia totale J nella tabella 3.

Nella figura 5 i dati della tabella 3 sono rappresentati in un diagramma angolo di rotazione-momento torcente. Essi corrispondono all'iperbole disegnata entro i limiti della precisione di misura

$$\alpha = \frac{294 \text{ mN mm}}{J}$$

Viene così confermata l'equazione 1.

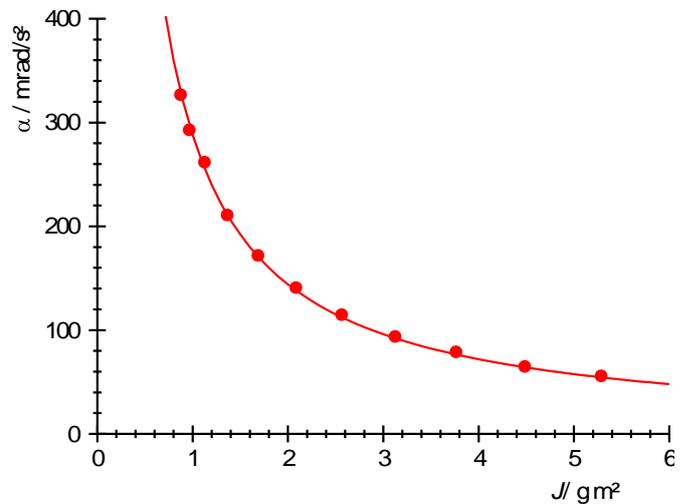


Fig. 5: Accelerazione angolare α in funzione del momento d'inerzia J .