

Precessione e nutazione di un giroscopio

ANALISI SPERIMENTALE DELLA PRECESSIONE E NUTAZIONE DI UN GIROSCOPIO E DETERMINAZIONE DEL MOMENTO D'INERZIA

- Conferma della proporzionalità tra la frequenza di rotazione f_R del disco e il periodo T_P di precessione del giroscopio e determinazione del momento d'inerzia dall'applicazione grafica $f_R(T_P)$.
- Conferma della proporzionalità tra la frequenza della rotazione f_R e la frequenza di nutazione f_N tramite l'applicazione grafica $f_N(f_R)$, ovvero dei periodi corrispondenti $T_R(T_N)$.

UE1040500

07/16 UD



Fig. 1: Disposizione di misurazione per la precessione di un giroscopio (senza massa supplementare agganciata).

BASI GENERALI

Un giroscopio è un corpo rigido che ruota attorno ad un asse fissato a un punto fisso. Se sull'asse interviene una forza esterna, il momento torcente modifica il momento angolare. Il giroscopio si muove quindi in direzione perpendicolare rispetto all'asse del corpo e alla forza incidente. Questo movimento viene definito precessione. Se un giroscopio che ruota a un basso numero di giri riceve un urto contro il suo asse di rotazione, compie movimenti basculanti, chiamati nutazione. Generalmente, questi movimenti si sovrappongono.

Nell'esperimento viene utilizzato un giroscopio il cui disco grande ruota a basso attrito intorno a un asse di rotazione posto in punto di contatto. Una massa contraria viene regolata in modo che il punto di contatto coincida con il baricentro. Se il giroscopio si trova in equilibrio e il disco viene messo in rotazione, esso possiede un momento angolare costante L :

$$(1) \quad L = I \omega_R$$

I : Momento d'inerzia, ω_R : velocità angolare

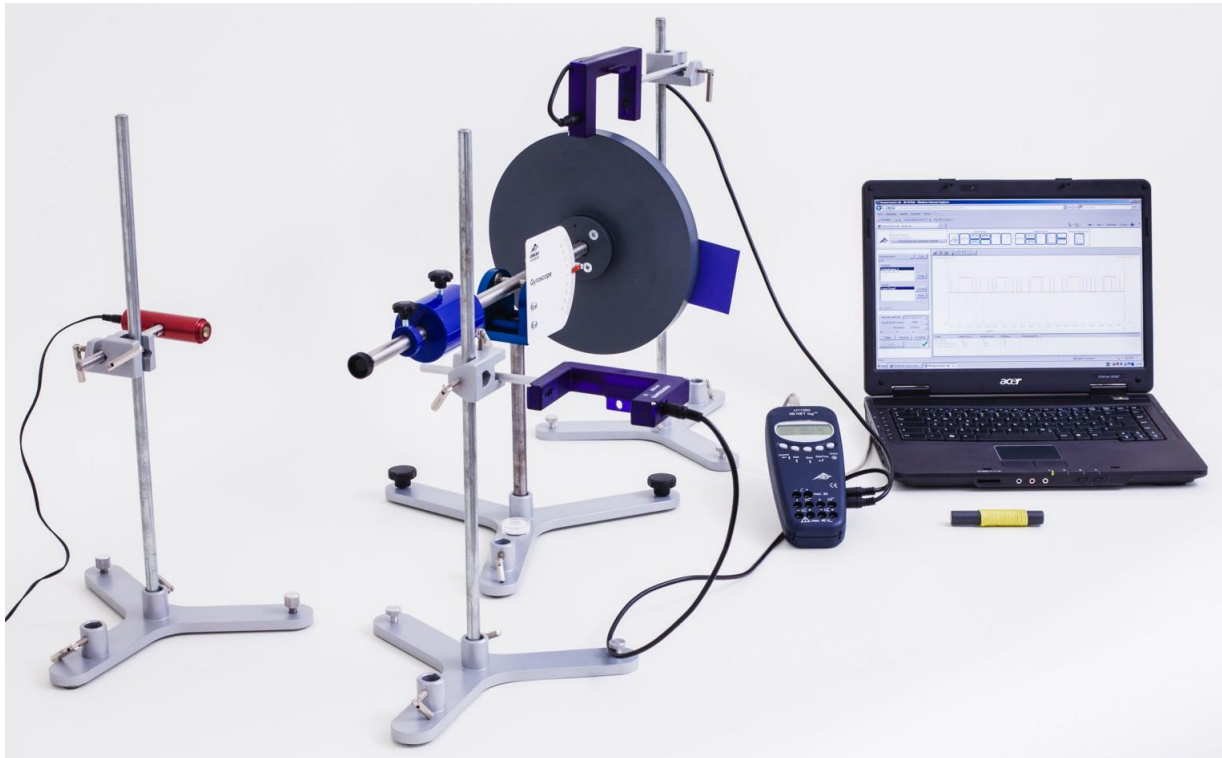


Fig. 2 Disposizione di misurazione per la nutazione di un giroscopio.

Il momento d'inerzia del disco rotante del giroscopio vale:

$$(2) \quad I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

M : Massa del disco, R : Raggio del disco

Se l'asse di rotazione viene gravato da una massa supplementare m , allora il momento torcente provocato da un carico aggiuntivo causa una variazione τ del momento angolare:

$$(3) \quad \tau = m \cdot g \cdot r = \frac{dL}{dt}$$

r : Distanza del punto di supporto dell'asse di rotazione dal punto di applicazione della massa supplementare

L'asse di rotazione ruota quindi secondo la fig. 3 di un angolo

$$(4) \quad d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L}$$

e con movimento di precessione. Ne consegue quindi per la velocità angolare del moto di precessione:

$$(5) \quad \omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_R}$$

e con $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$:

$$(6) \quad \frac{1}{T_p} = f_p = \frac{m \cdot g \cdot r}{I} \cdot T_p$$

Se il disco di rotazione viene messo in rotazione senza un ulteriore momento torcente esterno e l'asse di rotazione viene urtato leggermente di lato, il giroscopio compie moti di nutazione. La velocità angolare della nutazione è quindi direttamente proporzionale alla velocità angolare della rotazione:

$$(7) \quad \omega_N = C \cdot \omega_R \quad \text{ovvero} \quad T_R = C \cdot T_N$$

C : Costante

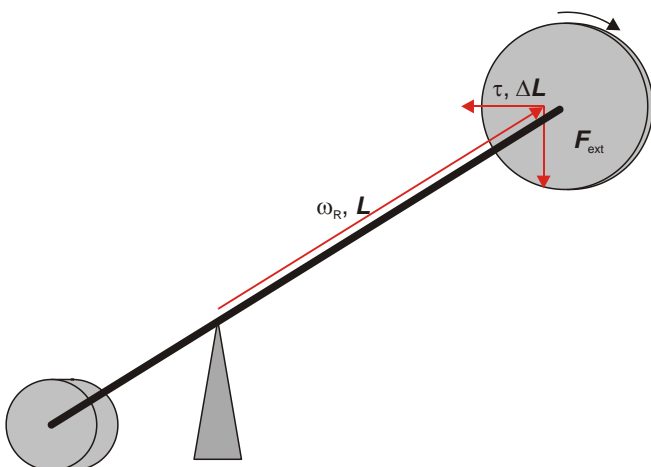


Fig. 3 Schizzo schematico del giroscopio per la precessione

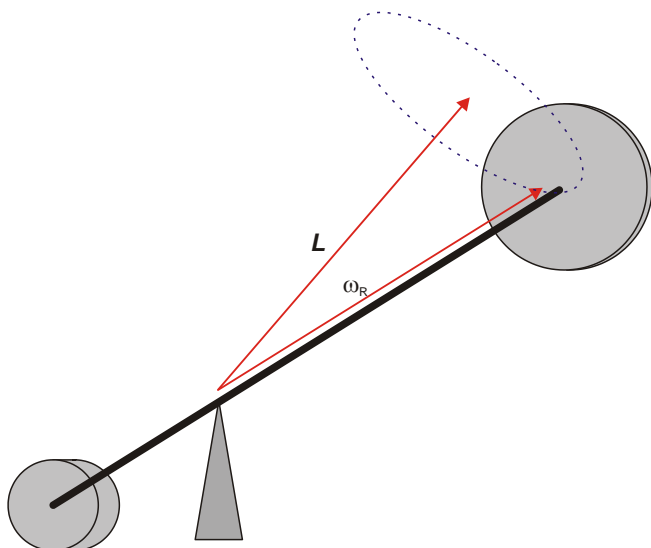


Fig. 4 Schizzo schematico del giroscopio per la nutazione

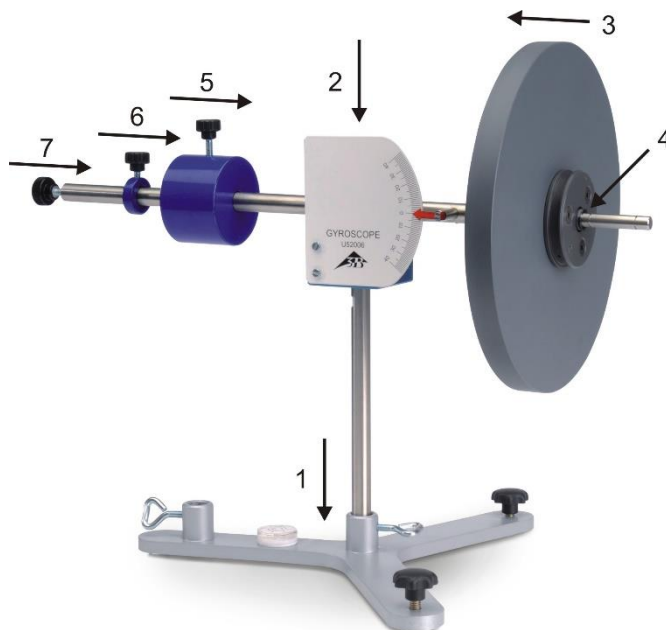


Fig. 5 Messa in funzione del giroscopio.

ELENCO DEGLI STRUMENTI

1 Giroscopio	1000695 (U52006)
2 Fotocellula	1000563 (U11365)
1 Diodo laser, rosso	1003201 (U22000)
1 3B NETlog™ @230V	1000540 (U11300-230)
0	
1 3B NETlog™ @115V	1000539 (U11300-115)
1 3B NETlab™	1000544 (U11310)
3 Base di supporto, 3 gambe, 150 mm	1002835 (U13270)
3 Manicotto universale	1002830 (U13255)
3 Asta di supporto, 750 mm	1002935 (U15003)

MESSA IN FUNZIONE DEL GIROSCOPIO

- Posizionare la base di supporto su un piano di lavoro piatto e stabile e, con l'ausilio della livella, allinearla orizzontalmente.
- Inserire e fissare l'asta di supporto nella base (Fig. 5; 1).
- Infilare nell'asta di supporto la testa del rotore con l'asse principale (Fig. 5; 2).
- Spingere il disco volano sull'asse principale del giroscopio fino a battuta facendo in modo che il tamburo di avvolgimento sia rivolto in direzione opposta alla testa del rotore (Fig. 5; 3). Montare il distanziatore e bloccare il disco volano con l'apposita rondella di fissaggio (Fig. 5; 3). Svitare completamente la vite di registro presso l'altra estremità dell'asse principale.
- Collocare una dopo l'altra presso l'estremità opposta dell'asse principale la contromassa grande e la massa piccola, quindi reinserire la vite di registro nell'asse principale stesso (Fig.5; 5,6,7). Spostare massa e contromassa di modo che l'asse principale si venga a trovare in posizione orizzontale (indicatore sullo zero della scala) e fissare rispettivamente con viti di arresto. Se necessario, eseguire una regolazione fine con la vite di registro.

- Fissare l'indicatore per il disco volano con l'ausilio della fascia in velcro come mostrato nelle Figg. 1 e 2.

MONTAGGIO E ESECUZIONE

- Montare le due fotocellule mediante il materiale di supporto e posizionare come indicato nelle Figg. 1 e Fig. 2, collegare quindi agli ingressi analogici A e B del NETlog™ per mezzo del cavo con connettori miniDIN a 8 pin.

Nota:

Durante la misurazione della nutazione, la fotocellula che registra il periodo di nutazione non viene azionata in "modo fotocellula interna" bensì in "modo fotocellula laser". Quest'ultimo viene attivato chiudendo il diaframma meccanico e il diodo laser viene orientato sull'apertura laterale della fotocellula.

- Accendere il computer e avviare 3B NETlab™. Collegare il 3B NETlog™ al computer per mezzo del cavo USB e accenderlo. Nel 3B NETlab™ fare clic sul pulsante "Test" sotto "Collegamento apparecchi" per verificare il collegamento.
- Configurare gli ingressi analogici A e B nel 3B NETlab™ su 20 V DC e confermare premendo il pulsante "Ingressi OK".
- Impostare i parametri

Intervallo di misurazione/velocità:	10 ms 100 Hz osc
Numero dei valori di misurazione:	10000
Durata di misurazione:	01:40,0 s

 e confermare facendo clic sul pulsante "Parametri OK".
- Per la misurazione della precessione, come massa supplementare agganciare nel foro presso l'estremità anteriore dell'asse principale il portapesi con tre pesi a disco inseriti.

- Per la misurazione della nutazione non agganciare alcuna massa supplementare.
- Inserire la custodia metallica del filo nel foro presso il tamburo di avvolgimento e avvolgere il filo di avviamento.
- Fare clic sul pulsante "Avvia" nel 3B NET/lab™, inizia la registrazione dei valori di misurazione.
- Tenere saldamente con una mano l'estremità posteriore dell'asse principale e con l'altra l'impugnatura del filo. Mettere in rotazione il disco volano tirando uniformemente, rapidamente e con forza il filo e subito dopo rilasciare l'asse principale.

Note:

Nel tirare, tenere il filo in tensione fino a quando non si è srotolato completamente, altrimenti potrebbe ingarbugliarsi nel tamburo in rotazione.

Se necessario, avviare la misurazione nel 3B NET/lab™ e porre in rotazione il disco volano in due.

Accertarsi che, durante l'intera procedura, il giroscopio rimanga in posizione orizzontale.

- Per la misurazione della nutazione, generare quest'ultima per mezzo di un leggero colpo laterale sull'asse del giroscopio.

ESEMPIO DI MISURAZIONE E ANALISI

- Massa M del disco volano: 1,5 kg
- Raggio R del disco volano: 12,5 cm
- Massa supplementare m : 150 g
- Distanza del punto di supporto dell'asse di rotazione dal punto di applicazione della massa supplementare r : 22,5 cm

Le Figg. 6 e 7 (sopra) mostrano situazioni tipiche per la misurazione della precessione e della nutazione nel 3B NET/lab™ secondo le disposizioni rispettivamente rappresentate in Fig. 1 e Fig. 2.

- Determinare i tempi di precessione, nutazione e rotazione T_P , T_N und T_R tramite i tracciati temporali registrati degli impulsi.

Nelle Figg. 6 e Fig. 7, l'ingresso analogico A (blu) corrisponde all'andamento temporale del segnale di rotazione mentre l'ingresso analogico B (rosso) a quello del segnale di precessione o nutazione.

Il tempo di precessione può essere letto direttamente con l'ausilio dei cursori come tempo tra due impulsi. Ad es. per il primo periodo di precessione si ha da Fig. 6 (in mezzo) $T_P = 16,52$ s.

Anche il tempo di nutazione può essere letto direttamente con l'ausilio dei cursori. v. Fig. 7 (in mezzo). Nel segnale vengono inoltre identificate aree con almeno tre impulsi consecutivi di medesima lunghezza. Poiché un periodo di nutazione corrisponde a tre oscuramenti consecutivi della fotocellula, il tempo di nutazione coincide con il tempo tra il primo e il terzo impulso. Ad es. per il primo periodo di nutazione si ha da Fig. 7 (in mezzo) $T_N = 1,64$ s.

Il tempo di rotazione viene determinato a partire da diversi impulsi consecutivi, nelle medesime aree in cui sono stati in precedenza determinati i rispettivi tempi di precessione e nutazione.



Fig. 6 Precessione del giroscopio. Tracciati temporali registrati (sopra) e determinazione del tempo di precessione T_P (in mezzo) e rotazione T_R (in basso) nel 3B NET/lab™.

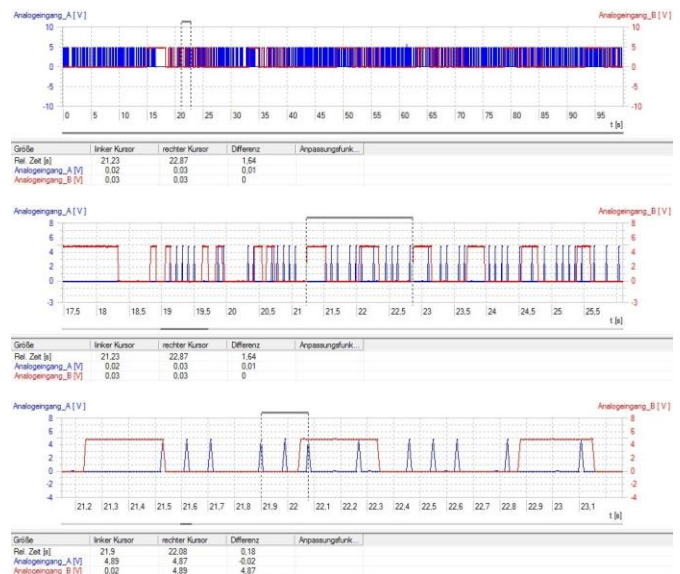


Fig. 7 Nutazione del giroscopio. Tracciati temporali registrati (sopra) e determinazione del tempo di nutazione T_N (in mezzo) e rotazione T_R (in basso) nel 3B NET/lab™.

Ad esempio, per il periodo di rotazione relativo al primo periodo di precessione si ha da Fig. 6 (in basso) $T_R = 0,24$ s / 3 = 0,08 s, e per il periodo di rotazione relativo al primo periodo di nutazione si ha da Fig. 7 (in basso) $T_R = 0,18$ s / 2 = 0,09 s.

- Registrare i tempi rilevati in Tab. 1 e Tab. 2.

Tab. 1: Präzession des Gyroskops. Aus der Messung bestimmte Präzessionszeiten T_P und Rotationszeiten T_R sowie die daraus berechneten Rotationsfrequenzen f_R .

T_P / s	T_R / s	f_R / Hz
16,52	0,08	12,50
15,31	0,09	11,11
14,17	0,10	10,00
12,68	0,11	9,09
11,06	0,12	8,33
10,63	0,13	7,69

Tab. 2: Notazione del giroscopio. Tempi di nutazione T_N e rotazione definiti in fase di misurazione T_R .

T_N / s	T_R / s
1,64	0,09
1,78	0,10
1,99	0,11
2,19	0,12
2,35	0,13

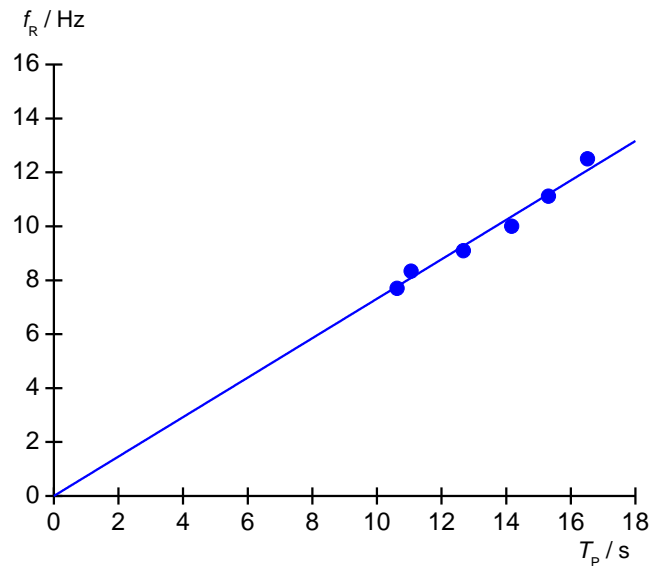


Fig. 8 Frequenza di rotazione f_R del disco di rotazione in relazione al periodo di precessione T_P .

- Partendo dai tempi rotazione in Tab. 1 calcolare le frequenze di rotazione e registrarle nella medesima tabella.
- Rappresentare in un diagramma le frequenze di rotazione rispetto ai tempi di precessione e tracciare una retta d'origine (Fig. 8).
- In base all'incremento lineare a come da equazione (6) determinare il momento d'inerzia del disco volano:

$$f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot I} \cdot T_P = a \cdot T_P \Rightarrow$$

$$I = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot a} = \frac{0,15 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,225 \text{ m}}{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,73 \frac{1}{\text{s}^2}}$$

$$= 0,0115 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Determinare il momento d'inerzia del disco volano in base all'equazione (2):

$$I = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot (0,125 \text{ m})^2 = 0,0117 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Nell'ambito di un errore di misurazione pari circa al 5% i valori sono sostanzialmente coincidenti.

- Rappresentare in un diagramma i tempi di rotazione dalla Tab. 2 rispetto ai tempi di nutazione e tracciare una retta d'origine (Fig. 9).

La proporzionalità diretta del periodo di nutazione rispetto a quello di rotazione in base all'equazione (7) risulta confermata.

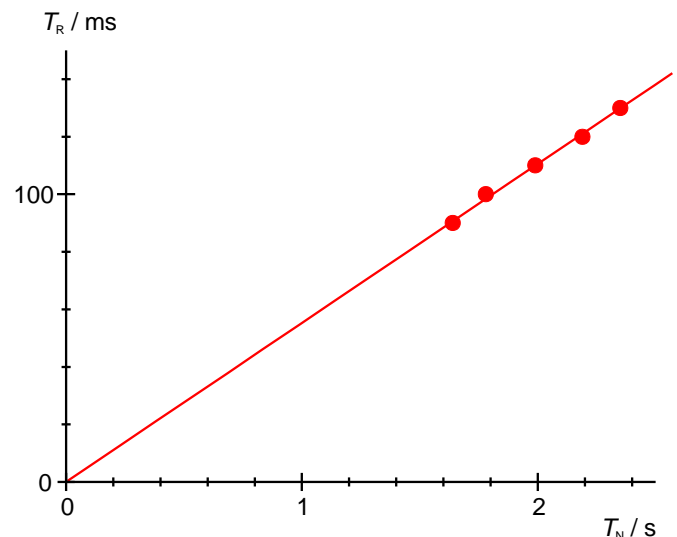


Fig. 9 Periodo di rotazione T_R in relazione al periodo di nutazione T_N .

