

## Oscillazioni armoniche

### MISURAZIONE DELLE OSCILLAZIONI DI UNA MOLLA AD ELICA CON UN SENSORE DI MOVIMENTO A ULTRASUONI

- Determinazione degli indici di rigidità  $k$  per diverse molle ad elica.
- Registrazione dell'oscillazione armonica di una molla ad elica in funzione del tempo con un sensore di movimento a ultrasuoni.
- Determinazione del periodo di oscillazione  $T$  per diverse combinazioni di indice di rigidità  $k$  e peso  $m$ .

UE1050311

09/15 UD



Fig. 1: Disposizione per la misurazione.

### BASI GENERALI

Le oscillazioni hanno luogo quando un sistema spostato dalla posizione di equilibrio viene richiamato verso la posizione di equilibrio per mezzo di una forza. Si parla di oscillazioni armoniche quando la forza che riporta il sistema in posizione di riposo è proporzionale in qualsiasi momento alla deviazione dalla posizione di riposo. Le oscillazioni di una molla ad elica sono in merito un

classico esempio. La proporzionalità tra deviazione e forza repulsiva viene descritta tramite la legge di Hooke.

Tra la deviazione  $x$  e la forza repulsiva  $F$  si applica quindi la relazione

$$(1) F = -k \cdot x \text{ con}$$

$k$ : Indice di rigidità

Per un peso  $m$  agganciato alla molla a elica si applica quindi l'equazione di movimento

$$(2) \quad m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0,$$

finché si possono trascurare il peso della molla e gli smorzamenti dovuti alle forze di attrito.

Le soluzioni di questa equazione del moto hanno la forma comune

$$(3) \quad x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right),$$

e l'esperimento di registrazione delle oscillazioni armoniche di una molla ad elica in funzione del tempo con il sensore di movimento a ultrasuoni consente di confermare che i dati si adattano alla funzione sinusoidale.

Il sensore di movimento a ultrasuoni rileva la distanza dal sensore del peso agganciato alla molla. La grandezza misurata corrisponde quindi, ad eccezione di uno spostamento del punto zero compensabile tramite una funzione tara, direttamente ad una grandezza osservata nell'equazione 3, ovvero  $x(t)$ .

Il periodo di oscillazione  $T$  viene definito come la distanza tra due passaggi attraverso lo zero della funzione sinusoidale nella stessa direzione, e si ricava da (3)

$$(4) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Per la conferma di (4) vengono eseguite misurazioni per le diverse combinazioni di peso  $m$  e indice di rigidità  $k$  e viene rispettivamente determinato il periodo di oscillazione dalla distanza dei passaggi attraverso lo zero nei dati registrati o un adattamento dell'equazione (3). Gli indici di rigidità vengono inoltre determinati per mezzo di misurazioni statiche e comparati con quelli derivanti dalle misurazioni dinamiche.

## ELENCO DEGLI STRUMENTI

1 Set molle ad elica per verificare la legge di Hooke	U40816	1003376
1 Set pesi a fessura, 10 x 10 g	U30031	1003227
1 Set pesi a fessura, 5 x 50 g	U30033	1003229
1 Base di supporto, 3 gambe, 150 mm	U13270	1002835
1 Asta di supporto, 1000 mm	U15004	1002936
1 Manicotto con gancio	U13252	1002828
1 Sensore di movimento ad ultrasuoni	U11361	1000559
1 3B NET/lab™	U11310	1000544
1 3B NET/log™	U11300	1000539/40
1 Metro a nastro tascabile, 2 m	U10073	1002603

## MONTAGGIO E ESECUZIONE

### Nota:

L'esperimento viene eseguito come esempio per i pendoli a molla le cui molle ad elica sono specificate con valore nominale  $k = 2,5, 5$  e  $25$  N/m.

### Misurazione statica

- Eseguire la disposizione per la misurazione secondo Fig. 1.
- Appendere al manicotto con gancio una delle molle ad elica per legge di Hooke (valore nominale  $k = 2,5, 5, 10, 15$  e  $25$  N/m).
- In base allo spessore della molla ad elica, appendere in successione alla molla ad elica i pesi facenti parte del set di pesi a fessura  $10 \times 10$  g oppure  $5 \times 50$  g e, con l'ausilio del metro a nastro tascabile, registrare la deviazione  $s$  corrispondente nella Tab. 1.

### Nota:

I supporti dei set di pesi a fessura rientrano tra i dieci pesi da  $10$  g e i cinque da  $50$  g.

- Ripetere la serie di misurazioni per le altre molle ad elica.

### Misurazione dinamica

- Eseguire la disposizione per la misurazione secondo Fig. 1.
- Appendere al manicotto con gancio una delle molle ad elica per la legge di Hooke (valore nominale  $k = 2,5, 5, 10, 15$  e  $25$  N/m).
- Prelevare dal supporto i quattro pesi da  $50$  g del set di pesi a fessura  $5 \times 50$  g. Appendere il supporto alla molla ad elica.
- Collocare il sensore di movimento a ultrasuoni esattamente al di sotto della molla ad elica con il supporto appeso.
- Con l'ausilio del cavo miniDIN, collegare il sensore di movimento a ultrasuoni all'ingresso analogico A o B del 3B NET/log™. Accendere 3B NET/log™ e attendere il riconoscimento del sensore.
- Accendere il computer e avviare il software 3B NET/lab™. Collegare 3B NET/log™ al computer. Configurare l'ingresso come descritto nelle istruzioni per l'uso del software 3B NET/lab™.
- Inserire intervallo di misurazione/velocità, numero dei valori di misurazione e durata di misurazione (ad es.  $5\text{ms}/200\text{Hz osc}, 1000, 5,0\text{s}$ ).
- Spostare leggermente il pendolo a molla, rilasciarlo e cliccando contemporaneamente il pulsante "Avvia" nel software 3B NET/lab™ iniziare la misurazione.
- Salvare i dati di oscillazione registrati.
- Appendere i quattro pesi da  $50$  g in successione al supporto e ripetere la misurazione.
- Ripetere la serie di misurazioni per le altre molle ad elica.

## ESEMPIO DI MISURAZIONE

### Misurazione statica

Tab. 1: Deviazioni  $s$  della molla ad elica specificata con valore nominale  $k = 2,5 \text{ N/m}$  con diverse masse  $m$  appese.

$m / \text{g}$	$s / \text{cm}$
10	3,2
20	7,2
30	11,2
40	15,4
50	19,7
60	23,7
70	27,7
80	31,7
90	36,0
100	40,0

Tab. 2: Deviazioni  $s$  della molla ad elica specificata con valore nominale  $k = 5 \text{ N/m}$  con diverse masse  $m$  appese.

$m / \text{g}$	$s / \text{cm}$
10	0,9
20	3,0
30	4,7
40	6,2
50	7,9
60	9,4
70	10,9
80	12,5
90	14,0
100	15,7

Tab. 3: Deviazioni  $s$  della molla ad elica specificata con valore nominale  $k = 25 \text{ N/m}$  con diverse masse  $m$  appese.

$m / \text{g}$	$s / \text{cm}$
50	1,4
100	3,2
150	5,0
200	6,9
250	8,7

### Misurazione dinamica

La Fig. 2 mostra i dati di oscillazione registrati dal software 3B NET/ab™ ad esempio per un pendolo a molla con valore nominale  $k = 5 \text{ N/m}$  e  $m = 250 \text{ g}$ . Sulla zona della curva di misurazione contrassegnata dai cursori è stata adattata una funzione sinusoidale a conferma di (3).

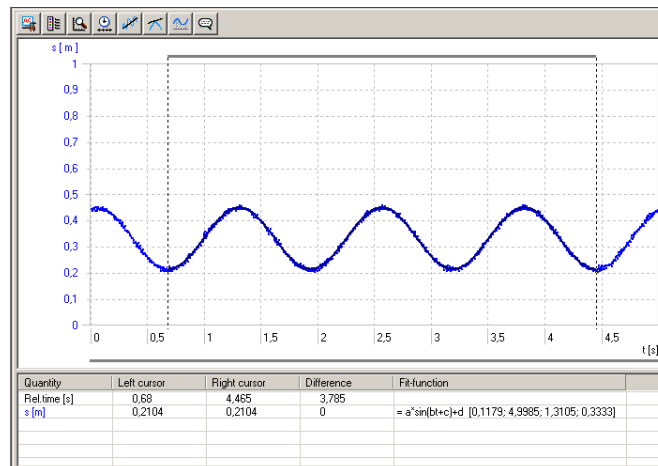


Fig. 2: Dati di oscillazione registrati dopo l'adattamento di una funzione sinusoidale. I cursori segnano l'area dell'adattamento.

## ANALISI

### Misurazione statica

La forza peso  $F_G$  è uguale alla forza elastica  $F_F$ , quindi per la legge di Newton e di Hook vale:

$$F_G = m \cdot g = k_s \cdot s = F_F \Leftrightarrow s = \frac{g}{k_s} \cdot m = B \cdot m \quad (5)$$

$$B = \frac{g}{k_s} \Leftrightarrow k_s = \frac{g}{B}$$

- $F_G$ : forza peso
- $m$ : massa appesa
- $g$ : accelerazione di gravità
- $F_F$ : forza elastica
- $k_s$ : indice di rigidità
- $s$ : spostamento della molla

- Rappresentare graficamente i valori di misurazione delle tab. 1, 2 e 3 (Fig. 3), adattare una retta  $s = B_s \cdot m$  ai punti di misurazione e, utilizzando l'equazione (5), determinare in base all'incremento lineare  $B_s$  l'indice di rigidità  $k_s$ .

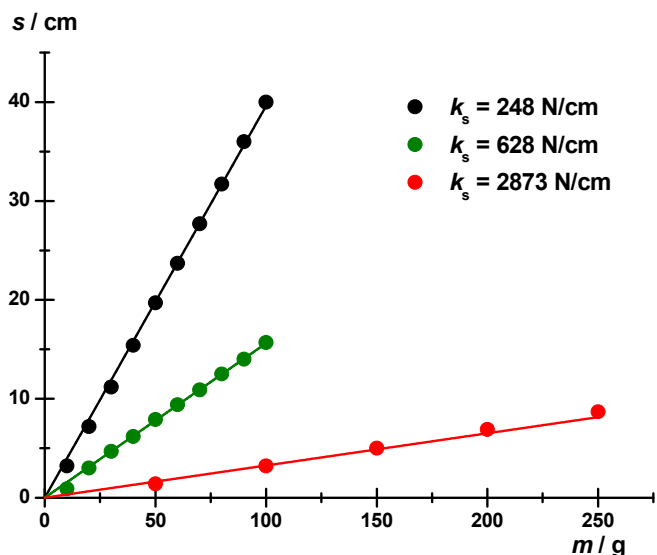


Fig. 3: Deviazione s come funzione di m.

**Misurazione dinamica**

- Dai dati di oscillazione registrati rilevare rispettivamente il periodo T.
- A tale scopo, leggere direttamente dalla curva di misurazione il tempo fra due passaggi attraverso lo zero successivi e registrare nelle tabelle 4, 5 e 6. Il periodo può, in alternativa, essere determinato anche con l'ausilio di dell'equazione (4) dall'adattamento dell'equazione (3) alla curva di misurazione.

Tab. 4: Periodi del pendolo a molla determinati in base ai dati di oscillazione registrati, in cui la molla ad elica è specificata con valore nominale k = 2,5 N/m.

m / g	T / s	T <sup>2</sup> / s <sup>2</sup>
50	0,937	0,877
100	1,308	1,710
150	1,503	2,258

Tab. 5: Periodi del pendolo a molla determinati in base ai dati di oscillazione registrati, in cui la molla ad elica è specificata con valore nominale k = 5 N/m.

m / g	T / s	T <sup>2</sup> / s <sup>2</sup>
50	0,584	0,341
100	0,810	0,656
150	0,992	0,983
200	1,143	1,305
250	1,262	1,592

Tab. 6: Periodi del pendolo a molla determinati in base ai dati di oscillazione registrati, in cui la molla ad elica è specificata con valore nominale k = 25 N/m.

m / g	T / s	T <sup>2</sup> / s <sup>2</sup>
50	0,289	0,084
100	0,398	0,158
150	0,482	0,232
200	0,553	0,305
250	0,619	0,384

Dall'equazione (4) consegue che:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k_T} \cdot m = B_T \cdot m$$

(6)

$$B_T = \frac{4\pi^2}{k_T} \Leftrightarrow k_T = \frac{4\pi^2}{B_T}$$

- Rappresentare graficamente i valori di misurazione delle tab. 4, 5 e 6 (Fig. 4), adattare una retta  $T^2 = B_T \cdot m$  ai punti di misurazione e, utilizzando l'equazione (5), determinare in base all'incremento lineare  $B_T$  l'indice di rigidità  $k_T$ .

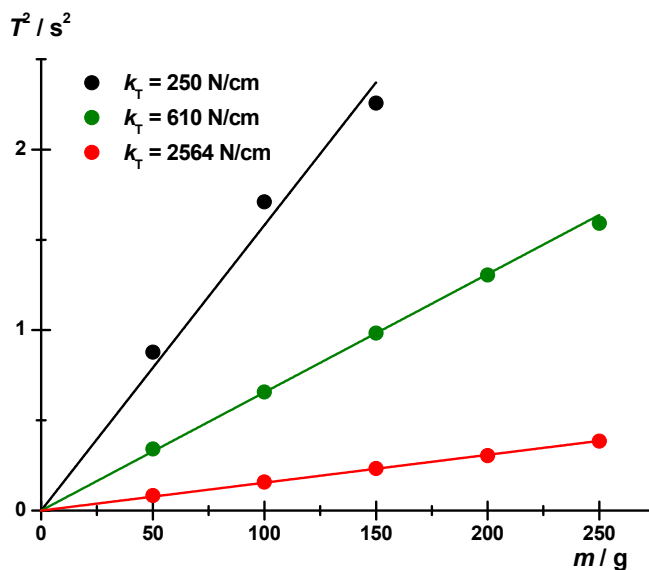
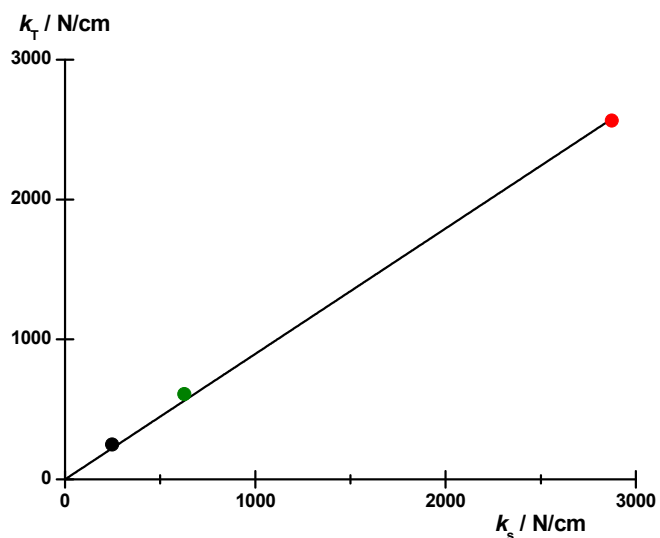


Fig. 4: Quadrato del periodo T<sup>2</sup> come funzione di m.

- Porre gli indici di rigidità  $k_T$  ottenuti dalle misurazioni dinamiche contro gli indici di rigidità  $k_s$  ottenuti dalle misurazioni statiche e adattare una retta ai punti di misurazione (Fig. 5).



L'adattamento della retta ai punti di misurazione in Fig. 5 genera un incremento di 0,9, cioè i punti di misurazione si trovano in buona approssimazione sulla bisettrice. La corrispondenza degli indici di rigidità determinati dalle misurazioni dinamiche e statiche è confermata.

Fig. 5:  $k_T$  come funzione di  $k_s$  con retta adattata.