Meccanica

Oscillazioni e onde

PHYSICS EXPERIMENT

Onde meccaniche

ANALISI DI ONDE STAZIONARIE SU UNA MOLLA A ELICA E UNA CORDA TESE.

- Generazione di onde stazionarie longitudinali su una molla a elica e di onde stazionarie trasversali su una corda.
- Misurazione delle frequenze proprie f_n in funzione del numero n di nodi.
- Determinazione delle rispettive lunghezze d'onda λ_n e della velocità d'onda c.

UE1050700

03/16 UD

Fig. 1: Disposizione per la misurazione durante l'analisi di onde stazionarie su una corda tesa (a sinistra) e su una molla a elica sotto tensione (a destra).

BASI GENERALI

Le onde meccaniche si presentano in questi esempi su una molla a elica e su una corda tese. Nel caso della molla a elica si parla di onde longitudinali, in quanto la deviazione avviene parallelamente alla direzione di propagazione. Le onde della corda sono invece onde trasversali. In entrambi i casi, fissando saldamente un'estremità del mezzo portante, si generano onde stazionarie, poiché l'onda incidente si sovrappone all'onda riflessa sull'estremità fissa con la medesima ampiezza e la medesima lunghezza d'onda. Fissando anche l'altra estremità, le onde possono propagarsi solo se vengono soddisfatte le condizioni di risonanza.

Sia $\xi(x,t)$ la deviazione longitudinale o trasversale nel punto x lungo il mezzo portante ~~n~~ al tempo t. Allora

$$\xi_1(x,t) = \xi_0 \cdot \cos\left(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \qquad (1)$$

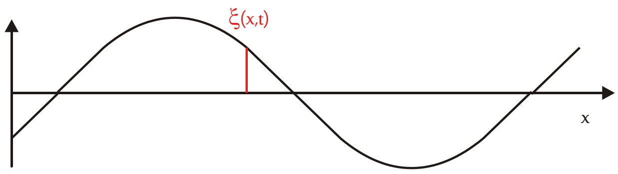

Fig. 2: Rappresentazione per la definizione della deviazione locale $\xi(\xi, \tau)$

Sarà un'onda sinusoidale che viaggia sul mezzo portante verso destra. La frequenza f e la lunghezza d'onda λ sono legate dalla relazione

(2) $c = f \cdot \lambda$
c: velocità dell'onda.

Se quest'onda proveniente da sinistra viene riflessa su un'estremità fissa a x = 0, si genera un'onda che viaggia verso sinistra

(3) $\xi_2(x,t) = -\xi_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$

Entrambe le onde si sovrappongono generando l'onda stazionaria

(4) $\xi(x,t) = 2\xi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x)$

Tali sovrapposizioni valgono in maniera totalmente indipendente dal tipo di onda e dal mezzo portante.

Qualora anche la seconda estremità sia fissata e si trovi a $x = L$, occorre che per tutti i tempi t la condizione di risonanza

(5) $\xi(L,t) = 0 = \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L)$

risulti soddisfatta. Ne consegue quindi per la lunghezza d'onda che

(6a) $\frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot L = (n+1) \cdot \pi$ bzw. $\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$

oppure $L = (n+1) \cdot \frac{\lambda_n}{2}$

e per la frequenza che, in base all'equazione (2),

(6b) $f_n = (n+1) \cdot \frac{c}{2 \cdot L}$

In altre parole, la condizione di risonanza (5) richiede che la lunghezza L sia esattamente un multiplo intero della metà della lunghezza d'onda. La frequenza di risonanza deve essere adeguata a questa lunghezza d'onda. n è in questo caso il numero dei nodi di oscillazione. Se nella prima armonica si forma solo un ventre di oscillazione, esso è uguale a zero (v. Fig. 3).

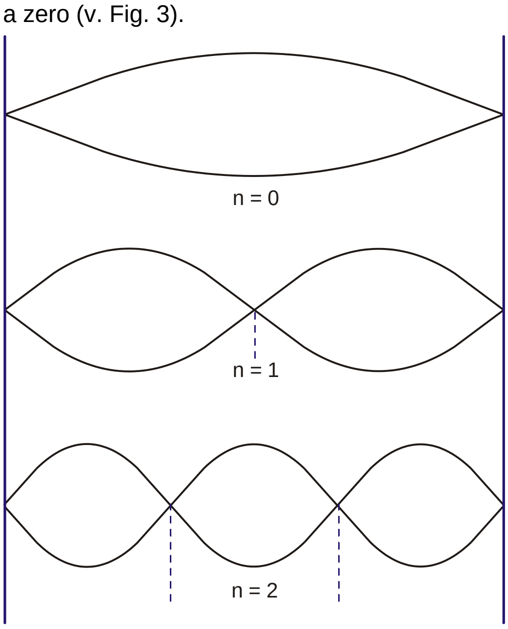

Fig. 3: Onde stazionarie

Nell'esperimento, il mezzo portante – costituito da una corda o una molla a elica – è fissato a un'estremità. L'altra estremità è collegata alla distanza L con un generatore di vibrazioni, azionato tramite un generatore di funzione per oscillazioni di piccola ampiezza e frequenza regolabile f. Anche questa estremità può essere approssimativamente considerata fissa.

ELENCO DEGLI STRUMENTI

1 Accessorio per oscillazioni di molle 1000703 (U56003)

1 Accessorio per onde di una corda 1008540 (U85560081)

1 Generatore di vibrazioni 1000701 (U56001)

1 Generatore di funzione FG 100 @230V 1009957 (U8533600-230)

oppure

1 Generatore di funzione FG 100 @115V 1009956 (U8533600-115)

1 Dinamometro di precisione, 2 N 1003105 (U20033)

1 Metro a nastro tascabile, 2 m 1002603 (U10073)

1 Paio di cavi di sicurezza per esperimenti 75cm, rosso/blu 1017718 (U13816)

MONTAGGIO

Onde della molla a elica

- Fissare l'asta di supporto a gomito nella base posta sul retro del generatore di vibrazioni.
- Agganciare un'estremità della molla a elica nell'asta di supporto a gomito e sull'altra estremità fissare lo spinotto con l'ausilio della vite a testa zigrinata.
- Mediante lo spinotto fissare la molla a elica al generatore di vibrazioni e metterla in tensione.
- Regolare la lunghezza (effettiva) L della molla a elica (fig. 4a) su ca. 30 cm. Eventualmente regolare la posizione dell'asta di supporto a gomito.
- Collegare il generatore di funzione al generatore di vibrazioni.

Onde della corda

- Prima della messa in funzione rimuovere la sicurezza per il trasporto (vite con dado) dalla piastra di base.
- Avvitare l'asta di supporto corta alla piastra di base. Avvitare l'asta di supporto lunga a quella corta.
- Spingere il dispositivo di deviazione e il supporto per il dinamometro sull'asta di supporto e fissarli all'asta.
- Mediante lo spinotto fissare l'asta di supporto nella base posta sul retro del generatore di vibrazioni.
- Agganciare il dinamometro al supporto. Eventualmente eseguire prima una calibrazione del punto zero.
- Appendere la corda di gomma al dinamometro e portarla fino al generatore di vibrazioni, facendola passare sotto al dispositivo di deviazione. Assicurarsi che la corda scorra il più possibile in parallelo al piano del tavolo.
- Far passare la corda attraverso lo spinotto sul generatore di oscillazioni del generatore di vibrazioni e attraverso l'asta di supporto con spinotto. Dapprima fissare la corda solo all'asta di supporto con spinotto mediante la vite a testa zigrinata. Ciò serve da scarico della trazione trasversale per la membrana dell'altoparlante (fig. 5).

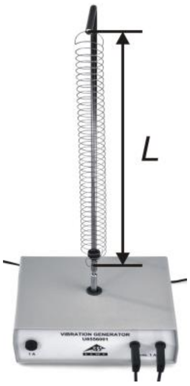

Fig. 4a: La figura mostra la lunghezza (effettiva) L della molla a elica tesa.

- Impostare una distanza fra lo stativo con dispositivo di deviazione e il generatore di vibrazioni che corrisponda alla lunghezza (effettiva) L della corda (fig.4b) che è pari a ca. 90 cm. Tendere la corda con l'ausilio del dinamometro ($F \approx 0{,}6$ N) e bloccarla solo leggermente con la vite a testa zigrinata posta sullo spinotto del generatore di oscillazioni.
- Collegare il generatore di funzione al generatore di vibrazioni.

ESECUZIONE

- Misurare e annotare la lunghezza (effettiva) L della molla a elica tesa e della corda tesa (fig. 4a, b).
- Sul generatore di funzione selezionare la forma dell'onda sinusoidale. Impostare il regolatore di ampiezza su 5 V (posizione ore 12).
- Aumentare lentamente la frequenza della molla a elica e della corda in passi da 0,1 Hz a partire da 1 Hz. Annotare nella tab. 1 e nella tab. 2 le frequenze di risonanza in cui non si forma alcun nodo di oscillazione (un ventre di oscillazione), si forma un solo nodo di oscillazione oppure si formano due, tre, quattro e cinque nodi di oscillazione.
- Aumentare sequenzialmente la forza di serraggio della corda, portandola a 1,0 N e a 1,4 N. Per farlo, spostare il dinamometro verso l'alto lungo il supporto stativo. Ripetere la misurazione per ogni incremento e annotare le frequenze di risonanza nella tab. 2.
- Per determinare direttamente la densità lineare della corda, misurare la lunghezza totale L_0 e la massa m della corda.

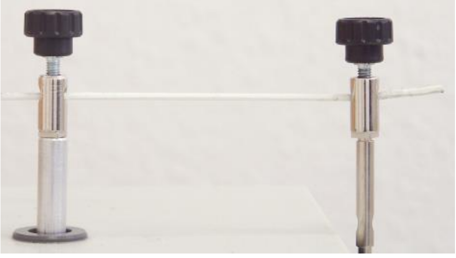

Fig. 5: La figura mostra lo scarico della trazione trasversale della corda tesa.

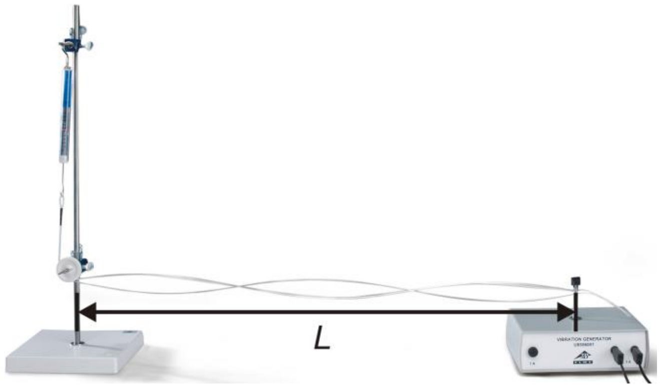

Fig. 4b: La figura mostra la lunghezza (effettiva) L della corda tesa.

ESEMPIO DI MISURAZIONE

Lunghezza L della molla a elica tesa: 0,31 m
Lunghezza L della corda tesa: 0,90 m

Tab. 1: Resonant frequency as a function of the number of nodes for waves along a coil spring

n	f_n / Hz
0	7,7
1	15,4
2	23,0
3	30,6
4	38,6
5	45,7

Tab. 2: Frequenza di risonanza in funzione del numero di nodi per le onde della corda con diverse forze di serraggio.

n	f_n / Hz		
	F= 0,6 N	F= 1,0 N	F= 1,4 N
0	7,9	9,8	12,1
1	15,7	19,6	24,0
2	23,4	29,4	35,7
3	30,9	39,2	47,3
4	39,4	49,5	59,2
5	47,5	58,7	71,7

Lunghezza totale L_0 della corda: 1,05 m
Massa m della corda: 3,3 g

ANALISI

Determinazione della velocità d'onda *c*

Se si riporta in un grafico la frequenza di risonanza in funzione del numero di nodi di oscillazione, in base all'equazione (6b) i punti di misurazione si trovano su una retta ascendente

$$(7)\quad \alpha = \frac{c}{2 \cdot L} \Leftrightarrow c = 2 \cdot L \cdot \alpha .$$

Se la lunghezza L è nota, è possibile calcolare la velocità d'onda c.

- Riportare in un grafico le frequenze di risonanza f_n delle onde della molla a elica (tab. 1) e delle onde della corda (tab. 2) in funzione del numero di nodi di oscillazione n e unire i punti con delle linee rette (fig. 6, fig. 7).
- In funzione degli incrementi lineari α determinare le velocità d'onda c e annotarle nella tab. 3 (onde della molla a elica) e tab. 4 (onde della corda).

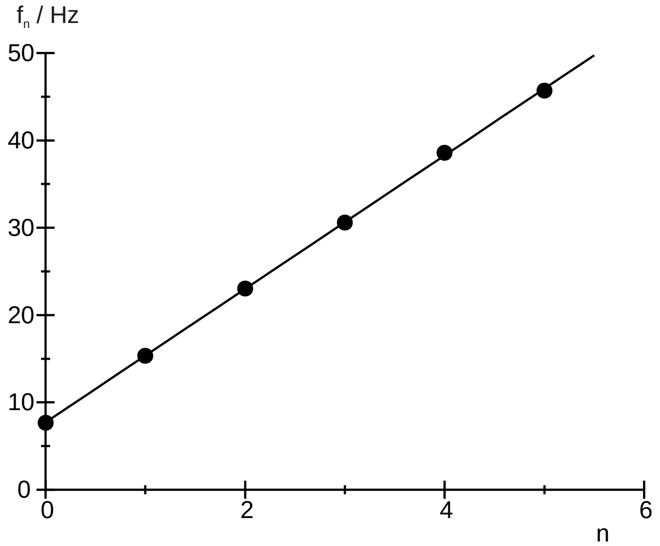

Fig. 6: Frequenza di risonanza in funzione del numero di nodi per le onde della molla a elica

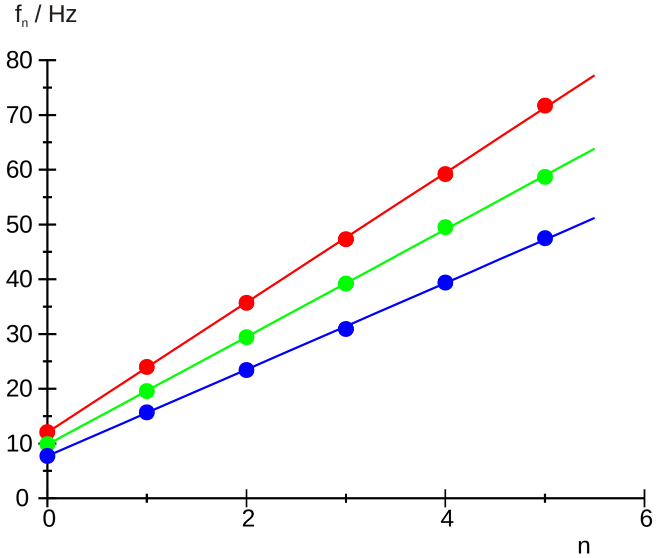

Fig. 7: Frequenza di risonanza in funzione del numero di nodi per le onde della corda con diverse forze di serraggio F = 0,6 N (blu), F = 1,0 N (verde) e F = 1,4 N (rosso).

Tab. 3: Incremento delle linee rette tracciate e la risultante velocità d'onda delle onde della molla a elica, lunghezza della molla a elica (in tensione) L = 0,31 m.

α / Hz	c / m/s
7,6	4,7

Tab. 4: Incremento delle linee rette tracciate, le risultanti velocità d'onda e i loro quadrati per le onde della corda con diverse forze di serraggio, lunghezza della corda (in tensione) L = 0,90 m.

F / N	α / Hz	c / m/s	c^2 / m²/s²
0,6	7,9	14,2	202
1,0	9,8	17,6	310
1,4	11,9	21,4	458

Determinazione delle lunghezze d'onda delle frequenze di risonanza $f_{n\lambda n}$

- Calcolare le lunghezze d'onda λ_n prima in base alle lunghezze L e al numero di nodi n e poi in base alle frequenze di risonanza f_n e alle velocità d'onda c per le onde della molla a elica (tab. 1, tab. 3) e per le onde della corda (tab. 2, tab. 4) in funzione delle equazioni (6a) e (2) e annotare i risultati nella tab. 5 e tab. 6.

Tab. 5: Lunghezza d'onda in funzione del numero di nodi per le onde della molla a elica, lunghezza della molla a elica (in tensione) L = 0,31 m.

n	$\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$	$\lambda_n = \frac{c}{f_n}$
0	0,62 m	0,62 m
1	0,31 m	0,31 m
2	0,21 m	0,21 m
3	0,16 m	0,16 m
4	0,12 m	0,12 m
5	0,10 m	0,10 m

Tab. 6: Lunghezza d'onda in funzione del numero di nodi per le onde della corda, lunghezza della corda (in tensione) L = 0,90 m.

n	$\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n+1}$	$\lambda_n = \frac{c}{f_n}$		
		F= 0,6 N	F= 1,0 N	F= 1,4 N
0	1,80 m	1,80 m	1,80 m	1,77 m
1	0,90 m	0,90 m	0,90 m	0,89 m
2	0,60 m	0,61 m	0,60 m	0,60 m
3	0,45 m	0,46 m	0,45 m	0,45 m
4	0,36 m	0,36 m	0,36 m	0,36 m
5	0,30 m	0.30 m	0,30 m	0.30 m

Come da previsione, le lunghezze delle onde coincidono in buona parte.

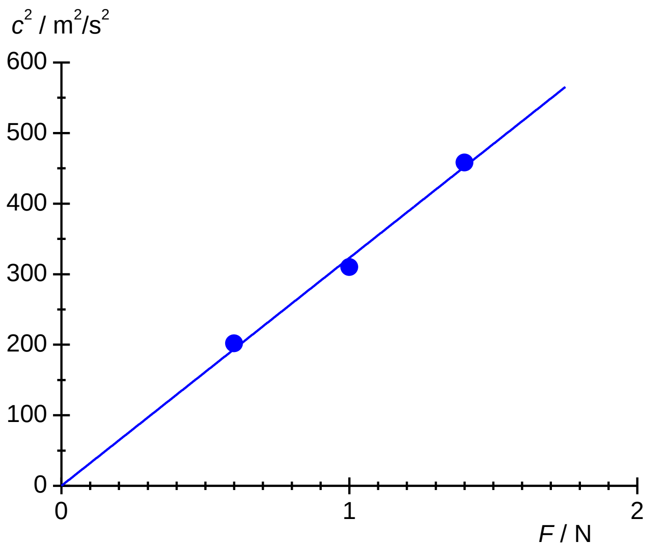

Fig. 8: Velocità d'onda al quadrato c^2 delle onde della corda in funzione di F.

Determinazione della densità lineare μ della corda

La velocità d'onda dipende altrimenti dagli stessi parametri della forza di serraggio F, come la fig. 7 e la tab. 4 dimostrano per le onde della corda. Vale:

$$(8)\quad c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\mu} \cdot F \,.$$

F: forza di serraggio
μ densità lineare

- Calcolare il quadrato delle velocità d'onda c^2, inserire i valori nella tab. 4, riportarli in un grafico in funzione della forza di serraggio F e unirli con una linea retta (fig. 8).
- Dall'incremento della retta determinare la densità lineare μ della corda, in funzione dell'equazione (8) e calcolando il valore inverso.

$$(9)\quad \mu = \frac{1}{323\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{kg}}} = 0{,}0031\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}} = 3{,}10\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}} \,.$$

- Determinare la densità lineare direttamente dalla lunghezza misurata e dalla massa di una parte di corda.

$$(10)\quad \mu = \frac{m}{L_0} = \frac{3{,}3\ \mathrm{g}}{1{,}05\ \mathrm{m}} = 3{,}14\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}} \,.$$

I valori delle densità lineari coincidono fino a ca. l'1%.