Velocità del suono nell'aria

GENERAZIONE E MISURAZIONE DI ONDE SONORE STAZIONARIE IN UN TUBO DI KUNDT.

- **Generazione di onde sonore stazionarie in un tubo di Kundt chiuso a entrambe le estremità.**
- **Misurazione della frequenza fondamentale in funzione della lunghezza del tubo di Kundt.**
- **Misurazione della frequenza fondamentale e delle armoniche con lunghezza fissa.**
- **Determinazione della velocità dell'onda dalle frequenze di risonanza.**

UE1070320

06/16 UD

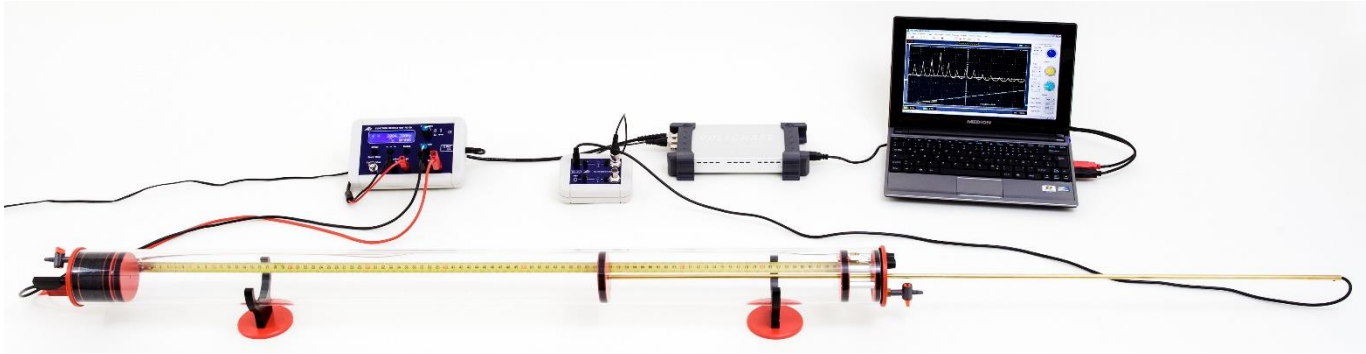

Fig. 1: Disposizione per la misurazione.

BASI GENERALI

Il tubo di Kundt consente di generare onde stazionarie producendo con l'ausilio di un altoparlante presso un'estremità del tubo onde sonore aventi frequenza corrispondente a quella di risonanza, e che si riflettono all'altra estremità su una parete. Nota la lunghezza del tubo, dalla frequenza di risonanza e delle armoniche è possibile determinare la velocità d'onda.

Le onde sonore si propagano nell'aria e in altri gas come rapide variazioni di pressione e densità. Il modo più semplice per descriverle è mediante la pressione sonora, sovrapposta alla pressione atmosferica. Per descrivere un'onda sonora, in alternativa alla pressione sonora *p*, è possibile utilizzare anche la velocità *v*, cioè la velocità media delle particelle nel luogo *x* nel mezzo oscillante al momento *t*. Pressione sonora e velocità sono legate ad es. dall'equazione di moto di Eulero

(1) $$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

ρ_0: densità del gas

All'interno del tubo di Kundt, le onde sonore si propagano lungo il tubo stesso. Esse possono pertanto essere descritte per mezzo di un'equazione d'onda unidimensionale valida sia per la pressione sonora sia per la velocità:

(2) $$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2}$$ or

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

c: velocità del suono

Nell'esperimento si osservano onde armoniche riflesse all'estremità del tubo di Kundt.

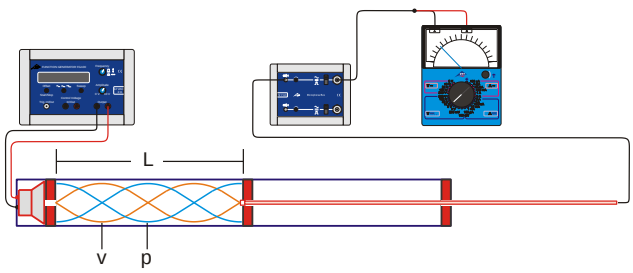

Fig. 2: Rappresentazione schematica della struttura sperimentale

Come soluzioni dell'equazione d'onda vanno dunque considerate le sovrapposizioni di onde di andata e di ritorno:

$$(3)\quad p = p_{0>} \cdot e^{2\pi i\left(f \cdot t - \frac{x}{\lambda}\right)} + p_{0<} \cdot e^{2\pi i\left(f \cdot t + \frac{x}{\lambda}\right)}$$

$$v = v_{0>} \cdot e^{2\pi i\left(f \cdot t - \frac{x}{\lambda}\right)} + v_{0<} \cdot e^{2\pi i\left(f \cdot t + \frac{x}{\lambda}\right)}$$

$p_{0>}$, $v_{0>}$: ampiezze delle onde di andata,
$p_{0<}$, $v_{0<}$: ampiezze delle onde di ritorno
f: frequenza, λ: lunghezza d'onda

Dove

$$(4)\quad f \cdot \lambda = c$$

Applicando tali soluzioni nell'equazione (1) si ottiene, osservando separatamente onda di andata e onda di ritorno, la relazione

$$(5)\quad p_{0>} = v_{0>} \cdot Z \text{ bzw. } p_{0<} = v_{0<} \cdot Z\,.$$

La grandezza

$$(6)\quad Z = c \cdot \rho_0$$

si chiama impedenza caratteristica e corrisponde all'impedenza d'onda del mezzo. Svolge un ruolo importante nell'osservazione delle riflessioni di un'onda sonora su una parete con impedenza specifica W:

Vale

$$(7)\quad r_v = \frac{v_{0<}}{v_{0>}} = \frac{Z - W}{Z + W} \text{ and } r_p = \frac{p_{0<}}{p_{0>}} = \frac{\frac{1}{Z} - \frac{1}{W}}{\frac{1}{Z} + \frac{1}{W}}$$

Nell'esperimento, W è notevolmente maggiore di Z e pertanto $r_v = 1$ e $r_p = -1$.

Per semplificare, immaginando la parete a $x = 0$, da (3) ne deriva per la parte spaziale dell'onda sonora:

$$(8)\quad \begin{aligned} p &= p_{0>} \cdot \left(e^{-2\pi \cdot i \cdot \frac{x}{\lambda}} + e^{+2\pi \cdot i \cdot \frac{x}{\lambda}}\right) \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot f \cdot t} \\ &= 2 \cdot p_{0>} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot f \cdot t} \end{aligned}$$

e

$$v = v_{0>} \cdot \left(e^{-2\pi \cdot i \cdot \frac{x}{\lambda}} - e^{+2\pi \cdot i \cdot \frac{x}{\lambda}}\right) \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot f \cdot t}$$

$$= -2 \cdot i \cdot v_{0>} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot f \cdot t}$$

Solo le componenti reali di questi termini hanno realtà fisica. Esse coincidono con le onde sonore stazionarie, la cui pressione sonora sulla parete (quindi a $x = 0$) mostra un ventre, mentre la velocità del suono un nodo di oscillazione. Inoltre la velocità anticipa la pressione di uno spostamento di fase pari a 90°.

Le onde sonore vengono generate alla distanza L dalla parete con l'ausilio di un altoparlante che oscilla con frequenza f. Anche in questo caso si formano un ventre di oscillazione per la pressione e un nodo per la velocità del suono. Queste condizioni al contorno sono realizzabili solo se L è un multiplo intero di mezza lunghezza d'onda:

$$(9)\quad L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}$$

Per via di (3), le frequenze devono pertanto corrispondere alla condizione di risonanza

$$(10)\quad f_n = n \cdot \frac{c}{2 \cdot L}\,.$$

ELENCO DEGLI STRUMENTI

1	Tubo di Kundt E	1017339 (U8498308)
1	Sonda microfono, lunga	1017342 (U8498282)
1	Scatola microfono @230V	1014520 (U8498283-230)
o		
1	Scatola microfono @115V	1014521 (U8498283-115)
1	Generatore di funzione FG 100 @230V	1009957 (U8533600-230)
o		
1	Generatore di funzione FG 100 @115V	1009956 (U8533600-115)
1	Oscilloscopio USB 2x50 MHz	1017264 (U112491)
1	Multimetro analogico Escola 100	1013527 (U8557380
2	Cavi ad af, connettore BNC/4 mm	1002748 (U11257)
1	Coppia di cavi di sicurezza per esperimenti, 75 cm	1002849 (U13812)
1	Cavo ad af	1002746 (U11255)

MONTAGGIO E ESECUZIONE

- Posizionare il tubo sonoro utilizzando le basi. (fig. 1).
- Accorpare innanzitutto nel tubo sonoro, allo stesso livello e uno dopo l'altro, il disco capillare e quindi il tappo terminale con jack di raccordo per altoparlante.
- Infilare fino a battuta la sonda microfono lunga nei fori del tappo terminale con prese per barra calda e della rondella di guida.
- Avvitare il disco sonda sulla sonda microfono lunga.
- Inserire nel tubo sonoro il tappo terminale con prese per barra calda con la sonda microfono lunga e il disco sonda avvitato.

Nota:
Se necessario, applicare glicerina o sapone su-gli anelli di tenuta per facilitare l'inserimento.

- Fissare la scala mobile nel supporto delle basi e spostarla fino a far coincidere il contrassegno dello zero con il bordo anteriore del disco capillare.
- Collegare le prese di uscita del generatore di funzione alla coppia di jack per l'alimentazione dell'altoparlante.
- Collegare la sonda microfono lunga all'ingresso canale A della scatola microfono
- Collegare l'uscita canale A della scatola microfono mediante il cavo adattatore BNC / 4 mm al multimetro analogico.
- Collegare l'alimentatore a spina alla scatola microfono e collegare alla rete.

Nell'esperimento la frequenza *f* dell'altoparlante viene continuamente variata, mentre il microfono sonda misura la pressione sonora sulla parete di riflessione. La risonanza si considera raggiunta quando il segnale del microfono indica la massima ampiezza.

Frequenza fondamentale in funzione della lunghezza

- Estraendo o inserendo la sonda microfono, impostare tra il disco capillare e il disco sonda una lunghezza L = 80 cm.
- Adattare in maniera appropriata l'ampiezza sul generatore di funzione e il range di misura sul multimetro, intervenendo eventualmente durante la misurazione. Non superare la potenza massima consentita per l'altoparlante (U_{eff} = 6 V max.).
- Impostare la frequenza a 150 Hz e aumentandola lentamente. Trovare la frequenza alla quale il multimetro indica il *primo valore massimo* e annotare il valore della frequenza nella Tab .1.

La frequenza così individuata corrisponde alla frequenza f_1 della fondamentale per L = 80 cm.

- Impostare la lunghezza L tra disco capillare e disco sonda procedendo a passi da 10 cm fino a L = 10 cm e ripetere ogni volta la misurazione. Prendere come frequenza di avvio la frequenza di risonanza f_1 trovata per la misurazione precedente.

Frequenze della fondamentale e dell'armonica con lunghezza fissa

- Estraendo o inserendo la sonda microfono, impostare la lunghezza fissa L = 60 cm tra disco capillare e disco sonda.
- Adattare in maniera appropriata l'ampiezza sul generatore di funzione e il range di misura sul multimetro, intervenendo eventualmente durante la misurazione. Non superare la potenza massima consentita per l'altoparlante (U_{eff} = 6 V max.).
- Aumentare lentamente la frequenza da 250 Hz fino a 3500 Hz. Annotare nella Tab. 2 le frequenze alle quali il multimetro indica i valori massimi.

Scansione di frequenza

- Estraendo o inserendo la sonda microfono, impostare la lunghezza fissa L = 60 cm tra disco capillare e disco sonda.
- Collegare l'uscita canale A della scatola microfono mediante il cavo ad alta frequenza al canale CH 1 dell'oscilloscopio USB.
- Collegare la coppia di jack "Ingresso tensione di controllo / Uscita rampa" del generatore di funzione direttamente al canale CH2 dell'oscilloscopio USB.
- Premere il tasto "Sweep" sul generatore di funzione e impostare i parametri

Freq. start	100 Hz
stop	6000 Hz
int. continuous mode	
Time	4,00 sec

- Sull'oscilloscopio USB, portare il contrassegno per la posizione trigger orizzontale completamente verso sinistra, il contrassegno per la posizione y di CH 1 dal centro verso il basso di un mezzo quadretto e il contrassegno per la posizione y di CH 2 completamente in basso. Impostare quindi i seguenti parametri:

Time/DIV	400 ms
CH1	1,00 V CC
CH2	2,00 V CC
Modalità Trigger	Edge
Sweep	Auto
Source	CH2
Slope	–
Level	850 mV

- Avviare lo sweep sul generatore di funzione e attendere fino a quando sull'oscilloscopio USB non viene visualizzato l'intero spettro di frequenza.
- Arrestare la misurazione premendo il pulsante "Stop" sull'oscilloscopio USB e fare uno screenshot.

ESEMPIO DI MISURAZIONE E ANALISI

Tab. 1: Frequenze di risonanza rilevate per la fondamentale (n = 1) e lunghezze d'onda calcolate in base all'equazione (9) per diverse lunghezze L.

L / m	f_1 / Hz	$\lambda_1 = 2 \cdot L$
0,8	218	1,60 m
0,7	250	1,40 m
0,6	292	1,20 m
0,5	350	1,00 m
0,4	436	0,80 m
0,3	583	0,60 m
0,2	884	0,40 m
0,1	1768	0,20 m

Tab. 2: Frequenze di risonanza rilevate per la fondamentale e l'armonica e lunghezze d'onda calcolate in base all'equazione (9) con lunghezza fissa L = 0,6 m.

n	f_n / Hz	$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}$
1	289	1,20 m
2	582	0,60 m
3	876	0,40 m
4	1164	0,30 m
5	1453	0,24 m
6	1746	0,20 m
7	2039	0,17 m
8	2331	0,15 m
9	2623	0,13 m
10	3206	0,12 m
11	3494	0,10 m

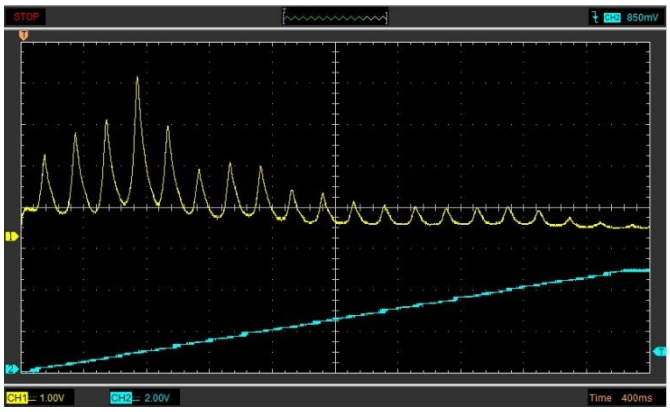

Fig. 3: Oscillogramma della scansione di frequenza, L = 0,6 m.

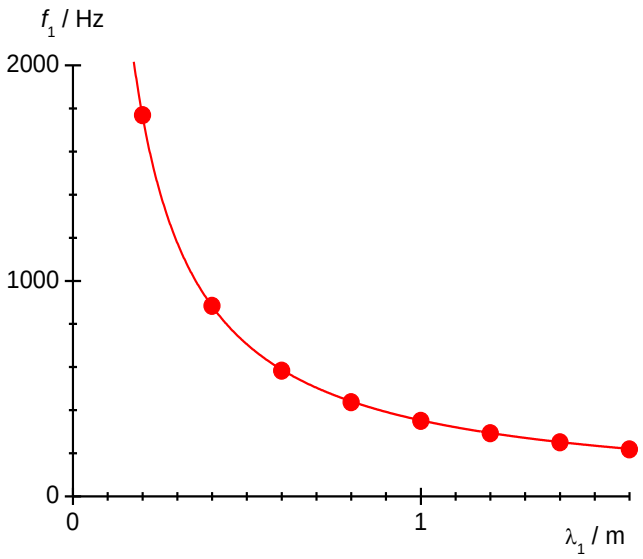

Fig. 4: Diagramma frequenza-lunghezza d'onda per le fondamentali (n = 1) per diverse lunghezze L.

Frequenza fondamentale in funzione della lunghezza

In base all'equazione (9), rientrano nelle frequenze di risonanza rilevate f_1 delle fondamentali le lunghezze d'onda

(11) $\lambda_1 = 2 \cdot L$.

- Calcolare le lunghezze d'onda in base all'equazione (11) e registrare in Tab. 1.
- Rappresentare in un diagramma f-λ (Fig. 4) le frequenze di risonanza rilevate e le lunghezze d'onda calcolate (Tab. 2).
- Definire la funzione iperbolica intercettando i punti di misurazione:

(12) $f_1 = a \cdot \frac{1}{\lambda_1}$.

L'equazione (4) risulta confermata. La velocità del suono nell'aria coincide con l'incremento a:

(13) $c = a = 353 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Il valore si discosta del 2% circa dal valore di letteratura c = 346 m/s a T = 25°C.

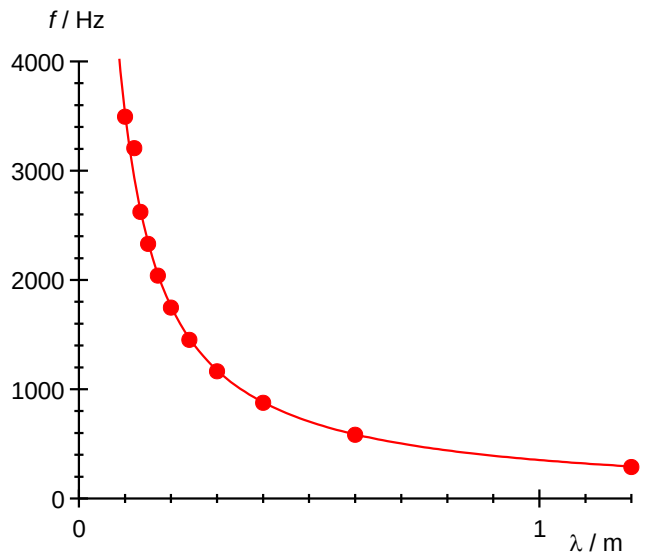

Fig. 5: Diagramma frequenza-lunghezza d'onda per fondamentali e armoniche con L = 0,6 m.

Frequenze della fondamentale e dell'armonica con lunghezza fissa

In base all'equazione (9) le frequenze di risonanza determinate f_n dovrebbero avere lunghezza d'onda

$$(14)\ \lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}\ .$$

- Calcolare le lunghezze d'onda in base all'equazione (14) e registrare in Tab. 2.
- Rappresentare in un diagramma f-λ (Fig. 5) le frequenze di risonanza rilevate e le lunghezze d'onda calcolate (Tab. 2).
- Definire la funzione iperbolica intercettando i punti di misurazione:

$$(15)\ f = a \cdot \frac{1}{\lambda}\ .$$

L'equazione (4) risulta confermata. La velocità del suono nell'aria coincide con l'incremento a:

$$(16)\ c = a = 356\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ .$$

Il valore si discosta del 3% circa dal valore di letteratura c = 346 m/s a T = 25°C.

Scansione di frequenza

I tempi t_n per i quali si manifestano i massimi della scansione di frequenza possono essere definiti con l'ausilio dei cursori dell'oscilloscopio USB. Tali tempi non coincidono con i periodi T_n relativi alle frequenze di risonanza f_n. Le frequenze di risonanza vanno calcolate a partire dai parametri della scansione di frequenza come segue:

$$(17)\ f_n = f_{start} + \frac{t_n}{T_{sweep}} \cdot \left(f_{stop} - f_{start}\right) = 100\ Hz + \frac{t_n}{4\ s} \cdot 5900\ Hz\ .$$

Da qui è possibile rilevare nuovamente la velocità del suono come descritto sopra.

© Copyright 2016 3B Scientific GmbH