

## Impedenza in corrente alternata

### DETERMINAZIONE DELL'IMPEDENZA IN CORRENTE ALTERNATA IN UN CIRCUITO CON CAPACITORI E RESISTORI.

- Determinazione di modulo e fase della resistenza totale in funzione della frequenza con collegamento in serie.
- Determinazione di modulo e fase della resistenza totale in funzione della frequenza con collegamento in parallelo.

UE3050301

04/18 UD

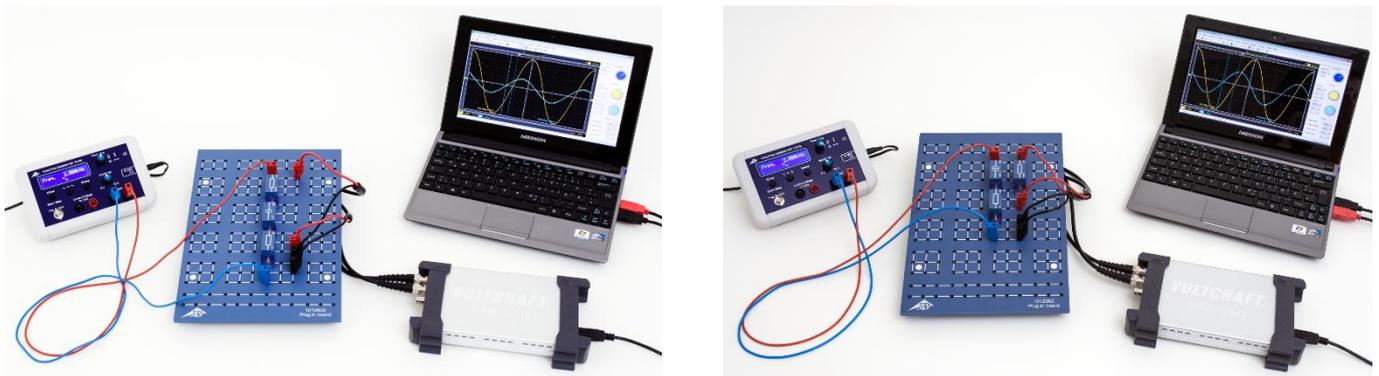


Fig. 1: Disposizione per la misurazione per il collegamento in serie (sx) e in parallelo (dx).

### BASI GENERALI

Ai circuiti a corrente alternata con capacitori si assegna, per motivi di semplicità, ai una “resistenza complessa” o impedenza in quanto in questo caso, oltre alle ampiezze di corrente e tensione, occorre considerare anche le relazioni di fase tra di esse. I collegamenti in serie e in parallelo di resistori e capacitori sono quindi descrivibili facilmente. Anche la tensione e la corrente vengono considerate come grandezze complesse. Solo la loro parte reale è misurabile.

La reattanza capacitiva di un condensatore con capacità  $C$  in un circuito a corrente alternata con frequenza  $f$  è

$$(1) \quad X_C = -i \cdot X_{C0} = -i \cdot \left( \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C},$$

con  $\omega = 2\pi \cdot f$

Pertanto, il collegamento in serie del condensatore con una resistenza ohmica  $R$  ha l'impedenza totale

$$(2) \quad Z_S = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C} + R,$$

mentre al collegamento in parallelo è possibile assegnare l'impedenza totale

$$(3) \quad Z_P = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C + \frac{1}{R}}$$

Nella notazione comune

$$(4) \quad Z = Z_0 \cdot \exp(i \cdot \varphi)$$

risulta

$$(5) \quad Z_S = Z_{S0} \cdot \exp(i \cdot \varphi_S) = \frac{\sqrt{1 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}}{\omega \cdot C} \cdot \exp(i \cdot \varphi_S)$$

$$\text{con } \tan \varphi_S = -\frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

e

$$Z_p = Z_{p0} \cdot \exp(i \cdot \varphi_p)$$

$$(6) = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}} \cdot \exp(i \cdot \varphi_p)$$

con  $\tan \varphi_p = -\omega \cdot C \cdot R$ .

Se si genera tensione nella resistenza totale corrispondente  $Z = Z_s$  e/o  $Z_p$

$$(7) U = U_0 \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

passa la corrente

$$(8) I = \frac{U_0}{Z_0} \cdot \exp(i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi))$$

$$= I_0 \cdot \exp(i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi))$$

Nell'esperimento, questa corrente viene determinata dalla caduta di tensione  $U_m(t)$  con una resistenza dinamica  $R_m$  (Fig. 2, 3), che è dimensionata in modo da avere  $U_{m0} \ll U_0$ , ossia la tensione generata cade quasi completamente tramite  $Z_s$  e/o  $Z_p$ . La tensione così determinata passa sia attraverso  $Z_s$  sia attraverso  $Z_p$ , poiché entrambe le resistenze sono in sequenza rispetto a  $R_m$  (v. schemi elettrici sostituti nella Fig. 2, 3). Poiché  $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$  rappresenta l'andamento cronologico  $U_m(t)$ , ossia l'andamento cronologico  $I(t)$  della tensione.

### ELENCO DEGLI STRUMENTI

1 Scheda per componenti	1012902 (U33250)
1 Resistenza 1 Ω, 2 W, P2W19	1012903 (U333011)
1 Resistenza 100 Ω, 2 W, P2W19	1012910 (U333018)
1 Condensatore 10 μF, 35 V, P2W19	1012957 (U333065)
1 Condensatore 1 μF, 100 V, P2W19	1012955 (U333063)
1 Condensatore 0,1 μF, 100 V, P2W19	1012953 (U333061)
1 Generatore di funzione FG 100 @230V	1009957 (U8533600-230)
o	
1 Generatore di funzione FG 100 @115V	1009956 (U8533600-115)
1 Oscilloscopio PC, 2x25 MHz	1020857 (U11830)
2 Cavo ad alta frequenza, connettore 4 mm / BNC	1002748 (U11257)
1 Set di 15 cavi per esperimenti, 1 mm <sup>2</sup>	1002840 (U13800)

### MONTAGGIO E ESECUZIONE

#### Collegamento in serie

- Realizzare la disposizione per la misurazione per il collegamento in serie (Fig. 1, sx) secondo lo schema elettrico (Fig. 2) con  $R_m = 1 \Omega$ ,  $R = 100 \Omega$  e  $C = 10 \mu F$ .
- Collegare il segnale di uscita  $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$  al canale CH1; collegare il segnale d'entrata  $U(t)$  al canale CH2 dell'oscilloscopio.

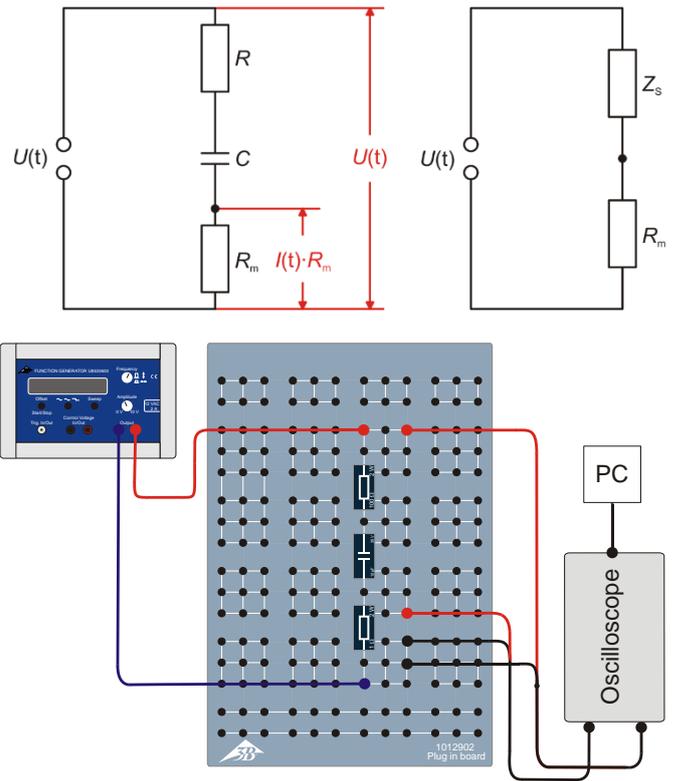


Fig. 2: Schema elettrico (sopra, sx), schema elettrico sostitutivo (sopra, dx) e schizzo schematico del montaggio (sotto) per il collegamento in serie.

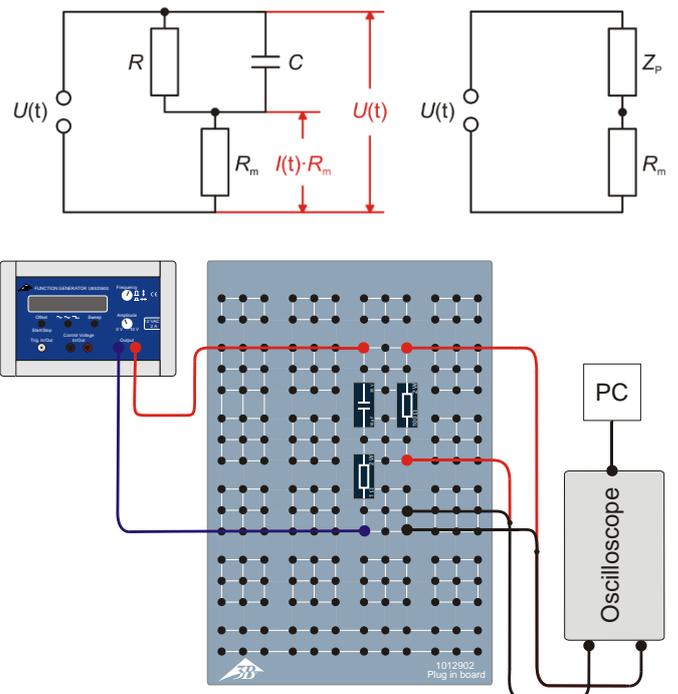


Fig. 3: Schema elettrico (sopra, sx), schema elettrico sostitutivo (sopra, dx) e schizzo schematico del montaggio (sotto) per il collegamento in parallelo.

- Impostare sull'oscilloscopio PC i seguenti parametri:
 

Orizzontale:	
Base tempo:	50 $\mu\text{s}/\text{div}$
Posizione trigger orizzontale:	0,0 ns
Verticale:	
CH1:	
Divisione scala tensione:	20 mV/div CC
Posizione punto zero:	0,0 divs
CH2:	
Divisione scala tensione:	2 V/div CC
Posizione punto zero:	0,0 divs
Trigger:	
Single (non Alternate)	
Sorgente:	CH2
Modalità:	Edge
Fronte:	Rise
Soglia:	0.000 mV
TrigMode:	Auto
- Nel generatore di funzione, impostare in sequenza le frequenze 2000 Hz, 1000 Hz, 500 Hz, 200 Hz, 100 Hz e 50 Hz. Calcolare i periodi corrispondenti avendo  $T = 1 / f$  e inserire i valori, insieme alle frequenze, nella Tabella 1.
- Leggere l'ampiezza  $U_{m0}$  del segnale in uscita  $U_m(t)$  sull'oscilloscopio e riportare i valori nella Tabella 1.
- Leggere la differenza di tempo  $\Delta t$  dei passaggi attraverso lo zero dei segnali  $U(t)$  e  $U_m(t)$  sull'oscilloscopio e riportare i valori nella Tabella 1.
- Ripetere la misurazione per il condensatore con  $C = 1 \mu\text{F}$  con le stesse frequenze e per il condensatore con  $C = 0,1 \mu\text{F}$  a 2000 Hz e 1000 Hz, e riportare tutti i valori nella Tabella 1.

#### Collegamento in parallelo

#### Nota

Adeguare i parametri Time/DIV e Volts/DIV CH1 durante la serie di misurazioni.

- Selezionare il segnale di forma sinusoidale nel generatore di funzione e impostare l'ampiezza del segnale di ingresso a  $U_0 = 6 \text{ V}$ . Impostare il regolatore di ampiezza in modo che corrisponda al massimo e/o al minimo del segnale sinusoidale sul canale CH2 dell'oscilloscopio (con 2 V / quadrato) 3 quadretti.
- Realizzare la disposizione per la misurazione per il collegamento in parallelo (Fig. 1, dx) secondo lo schema elettrico (Fig. 3) con  $R_m = 1 \Omega$ ,  $R = 100 \Omega$  e  $C = 10 \mu\text{F}$ .
- Effettuare le misurazioni in maniera analoga al collegamento in parallelo. Selezionare gli stessi parametri iniziali per l'oscilloscopio PC; impostare solo Volts/DIV CH1 a 200 mV DC.
- Immettere tutti i valori misurati nella Tabella 2.

## ESEMPIO DI MISURAZIONE E ANALISI

Tab. 1: Valori predefiniti, misurati e calcolati per il collegamento in serie,  $U_0 = 6 \text{ V}$ ,  $R_m = 1 \Omega$ .

$C / \mu\text{F}$	$f / \text{Hz}$	$T / \text{ms}$	$X_{C0} / \Omega$	$U_{m0} / \text{mV}$	$\Delta t / \text{ms}$	$I_0 / \text{mA}$	$Z_{S0} / \Omega$	$\varphi_s$
10,0	2000	0,5	8,0	56,9	0,006	56,9	105,4	4,3°
10,0	1000	1,0	15,9	56,7	0,026	56,7	105,8	9,4°
10,0	500	2,0	31,8	53,5	0,095	53,5	112,1	17,1°
10,0	200	5,0	79,6	42,8	0,500	42,8	140,2	36,0°
10,0	100	10,0	159,2	30,2	1,479	30,2	198,7	53,2°
10,0	50	20,0	318,3	17,9	3,689	17,9	335,2	66,4°
1,0	2000	0,5	79,6	45,8	0,055	45,8	131,0	39,6°
1,0	1000	1,0	159,2	31,1	0,157	31,1	192,9	56,5°
1,0	500	2,0	318,3	18,2	0,400	18,2	329,7	72,0°
1,0	200	5,0	795,8	7,0	1,153	7,0	857,1	83,0°
1,0	100	10,0	1591,5	4,1	2,517	4,1	1463,4	90,6°
0,1	2000	0,5	795,8	7,6	0,114	7,6	789,5	82,1°
0,1	1000	1,0	1591,5	3,8	0,229	3,8	1578,9	82,4°

Tab. 2: Valori predefiniti, misurati e calcolati per il collegamento in parallelo,  $U_0 = 6 \text{ V}$ ,  $R_m = 1 \Omega$ .

$C / \mu\text{F}$	$f / \text{Hz}$	$T / \text{ms}$	$X_{C0} / \Omega$	$U_{m0} / \text{mV}$	$\Delta t / \text{ms}$	$I_0 / \text{mA}$	$Z_{P0} / \Omega$	$\varphi_P$
10,0	2000	0,5	8,0	679,7	0,078	679,7	8,8	56,2
10,0	1000	1,0	15,9	360,9	0,194	360,9	16,6	69,8
10,0	500	2,0	31,8	190,9	0,359	190,9	31,4	64,6
10,0	200	5,0	79,6	96,4	0,507	96,4	62,2	36,5
10,0	100	10,0	159,2	71,1	0,826	71,1	84,4	29,7
10,0	50	20,0	318,3	62,5	0,893	62,5	96,0	16,1
1,0	2000	0,5	79,6	93,1	0,069	93,1	64,4	49,7
1,0	1000	1,0	159,2	70,2	0,081	70,2	85,5	29,2
1,0	500	2,0	318,3	61,5	0,086	61,5	97,6	15,5
1,0	200	5,0	795,8	59,2	0,073	59,2	101,4	5,3
1,0	100	10,0	1591,5	58,6	0,069	58,6	102,4	2,5
0,1	2000	0,5	795,8	60,1	0,010	60,1	99,8	7,2
0,1	1000	1,0	1591,5	58,2	0,010	58,2	103,1	3,6

- Calcolare il valore della resistenza capacitiva con  $X_{C0} = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot C)$  (v. equazione 1) e inserire i valori nelle Tabelle 1 e 2.
- Utilizzare i valori di  $U_{m0}$  (Tab. 1, 2) e  $R_m$  ( $1 \Omega$ ) con  $I_0 = U_{m0} / R_m$  per calcolare l'ampiezza della corrente e inserire i valori nelle Tabelle 1 e 2.
- Calcolare i valori  $Z_{S0}$  e/o  $Z_{P0}$  della resistenza totale con  $Z_0 = U_0 / I_0$  ( $U_0 = 6 \text{ V}$ ), poi riportare i valori nella Tabella 3.
- Utilizzando i valori per i periodi  $T$  e la differenza di tempo  $\Delta t$  (Tab. 1, 2) con  $\varphi = 360^\circ \cdot \Delta t / T$ , calcolare lo spostamento di fase e inserire i valori nelle Tabelle 1 e 2.
- Rappresentare graficamente i valori  $Z_{S0}$  e/o  $Z_{P0}$  della resistenza totale e gli spostamenti di fase  $\varphi_S$  e/o  $\varphi_P$  per il collegamento in serie e in parallelo, in funzione di  $X_{C0}$  (Fig. 4 – 7).
- Calcolare teoricamente i valori  $Z_{S0}$  e/o  $Z_{P0}$  della resistenza totale e gli spostamenti di fase  $\varphi_S$  e/o  $\varphi_P$  secondo le equazioni, per il collegamento in serie (5) e in parallelo (6),

$$(9) \quad Z_{S0} = \sqrt{R^2 + X_{C0}^2}, \quad \varphi_S = \arctan\left(-\frac{X_{C0}}{R}\right)$$

$$(10) \quad Z_{P0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_{C0}^2}}}, \quad \varphi_P = \arctan\left(-\frac{R}{X_{C0}}\right),$$

e rappresentarli utilizzando delle linee tracciate in Fig. 4 – 7.

### Conclusione

Con frequenze ridotte, il collegamento in parallelo raggiunge il valore della resistenza capacitiva e il collegamento in serie il valore della resistenza ohmica. Lo spostamento di fase è compreso fra  $0^\circ$  e  $-90^\circ$  e corrisponde a  $-45^\circ$  quando la resistenza ohmica è identica alla resistenza capacitiva.

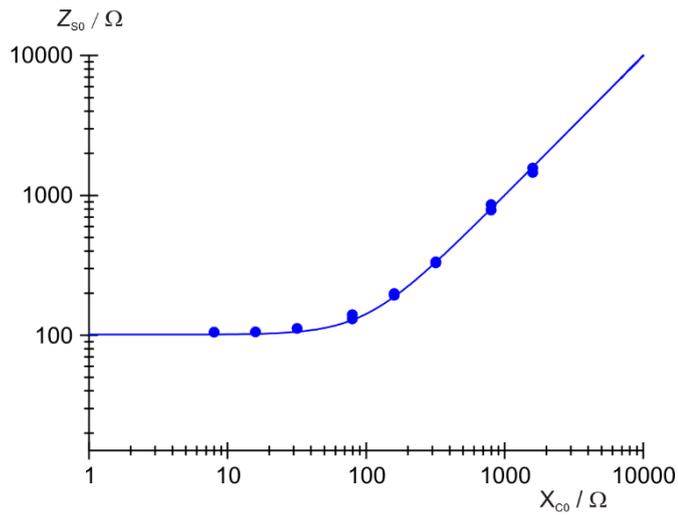


Fig. 4: Resistenza totale con il collegamento in serie.

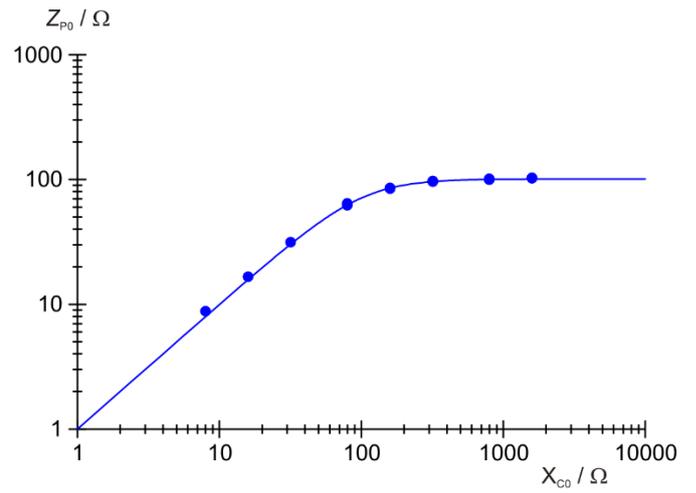


Fig. 6: Resistenza totale con il collegamento in parallelo.

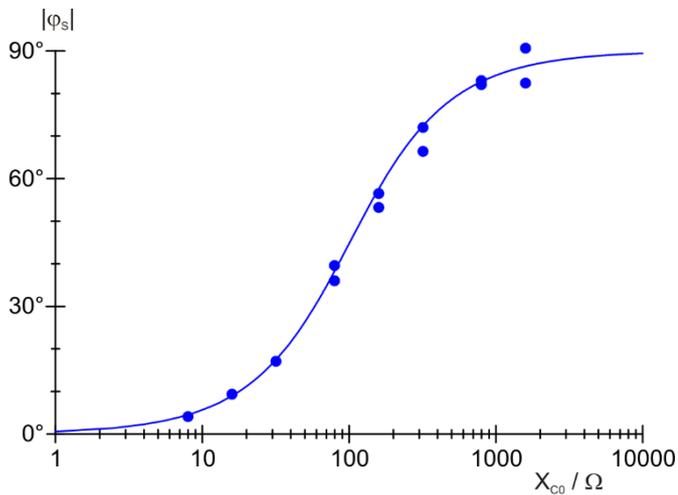


Fig. 5: Spostamento di fase con il collegamento in serie.

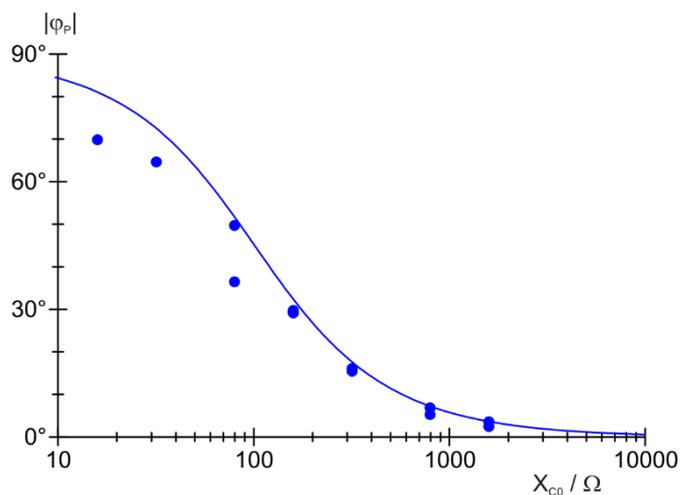


Fig. 7: Spostamento di fase con il collegamento in parallelo.