

Impedenza in corrente alternata

DETERMINAZIONE DELL'IMPEDENZA IN CORRENTE ALTERNATA IN UN CIRCUITO CON INDUTTORI E RESISTORI.

- Determinazione di modulo e fase della resistenza totale in funzione della frequenza con collegamento in serie.
- Determinazione di modulo e fase della resistenza totale in funzione della frequenza con collegamento in parallelo.

UE3050311

10/16 UD

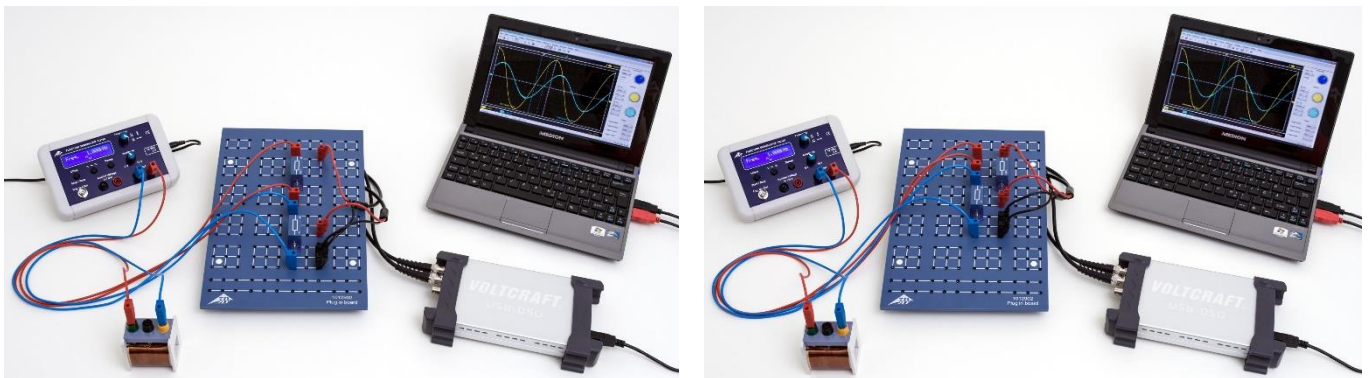


Fig. 1: Disposizione di misurazione per il collegamento in serie (destra) e per il collegamento in parallelo (sinistra).

BASI GENERALI

Ai circuiti a corrente alternata con induttori si assegna, per motivi di semplicità, una “resistenza complessa” o impedenza in quanto, in questo caso, oltre alle ampiezze di corrente e tensione, occorre considerare anche le relazioni di fase tra di esse. I collegamenti in serie e in parallelo di resistori e induttori sono quindi descrivibili facilmente. Anche la tensione e la corrente vengono considerate come grandezze complesse. Solo la loro parte reale è misurabile.

La reattanza induttiva di una bobina con induttanza L in un circuito a corrente alternata con frequenza f è

$$(1) \quad X_L = i \cdot X_{L0} = i \cdot \omega \cdot L$$

con $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.

Pertanto, il collegamento in serie della bobina con una resistenza ohmica R ha l'impedenza totale

$$(2) \quad Z_S = i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L + R,$$

mentre al collegamento in parallelo è possibile assegnare l'impedenza totale

$$(3) \quad Z_P = \frac{1}{\frac{1}{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L} + \frac{1}{R}}$$

Nella notazione comune

$$(4) \quad Z = Z_0 \cdot \exp(i \cdot \varphi).$$

risulta

$$(5) \quad Z_S = Z_{S0} \cdot \exp(i \cdot \varphi_S) = \sqrt{(2 \cdot \pi \cdot f \cdot L)^2 + R^2} \cdot \exp(i \cdot \varphi_S)$$

con $\tan \varphi_S = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R}$

e

$$(6) \quad Z_P = Z_{P0} \cdot \exp(i \cdot \varphi_P) = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot R}{\sqrt{(2 \cdot \pi \cdot f \cdot L)^2 + R^2}} \cdot \exp(i \cdot \varphi_P)$$

con $\tan \varphi_P = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$.

Applicando alla rispettiva resistenza totale $Z = Z_S$ o Z_P la tensione

$$(7) \quad U = U_0 \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

scorre la corrente

$$(8) \quad I = \frac{U_0}{Z_0} \cdot \exp(i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi))$$

$$= I_0 \cdot \exp(i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi))$$

Nell'esperimento, tale corrente viene ricavata dalla caduta di tensione $U_m(t)$ per mezzo di una resistenza dinamica R_m (Fig. 2, 3) avente dimensioni tali per cui $U_{m0} \ll U_0$, ovvero la tensione applicata, cade quasi completamente mediante Z_S o Z_P . La corrente così determinata scorre sia attraverso Z_S sia attraverso Z_P , poiché entrambe le resistenze sono collegate in serie a R_m (v. schema del circuito equivalente in Fig. 2, 3). Per $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$, l'andamento temporale $U_m(t)$ rispecchia pertanto l'andamento temporale $I(t)$ della corrente.

ELENCO DEGLI STRUMENTI

| | |
|--|------------------------|
| 1 Scheda per componenti | 1012902 (U33250) |
| 1 Resistenza 1 Ω, 2 W, P2W19 | 1012903 (U333011) |
| 1 Resistenza 100 Ω, 2 W, P2W19 | 1012910 (U333018) |
| 1 Generatore di funzione FG 100 @230V | 1009957 (U8533600-230) |
| o @115V | 1009956 (U8533600-115) |
| 1 Oscilloscopio PC 2x25 MHz | 1020857 (U11830) |
| 2 Cavo ad alta frequenza, connettore 4 mm / BNC | 1002748 (U11257) |
| 1 Set di 15 cavi per esperimenti, 75 cm, 1 mm ² | 1002840 (U13800) |
| 1 Bobina S con 800 spire | 1001001 (U8498080) |
| 1 Bobina S con 1200 spire | 1001002 (U8498085) |

MONTAGGIO ED ESECUZIONE

Collegamento in serie

- Realizzare la disposizione per la misurazione per il collegamento in serie (Fig. 1, sinistra) come mostrato nello schema elettrico (Fig. 2) con $R_m = 1 \Omega$, $R = 100 \Omega$ e la bobina con $N = 1200$ spire / $L = 23,0$ mH.

- Collegare il segnale di uscita $U_m(t) = I(t) \cdot R_m$ al canale CH1 e il segnale d'ingresso $U(t)$ al canale CH2 dell'oscilloscopio.

- Impostare sull'oscilloscopio PC i seguenti parametri iniziali:

| | |
|---------------|------------|
| Time/DIV | 25 μs |
| Volts/DIV CH1 | 2.00 mV AC |
| Volts/DIV CH2 | 2.00 V AC |
| Trigger Mode | Auto |
| Sweep | Edge |
| Source | CH2 |
| Slope | + |
| Level | 0.00 μV |

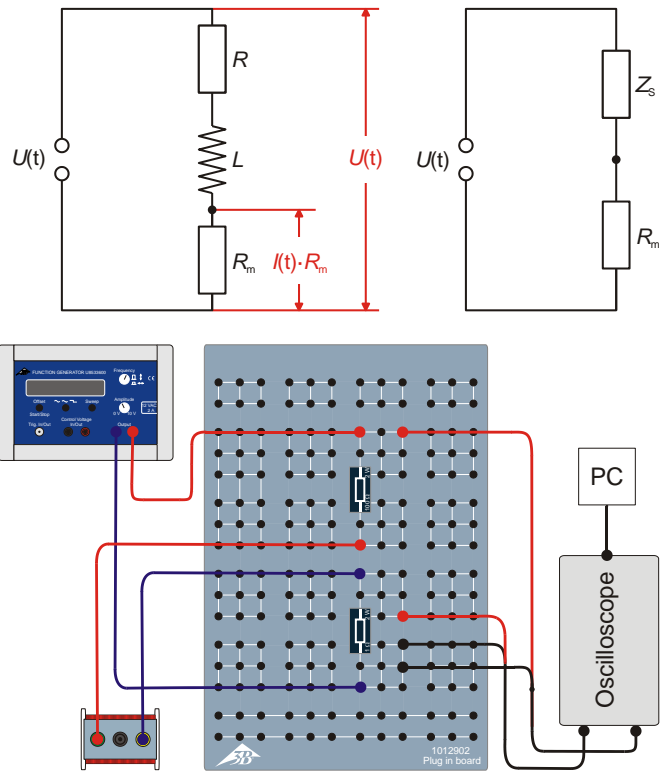


Fig. 2: Schema elettrico (in alto a sinistra), schema del circuito equivalente (in alto a destra) e rappresentazione schematica della struttura (in basso) relativi al collegamento in serie.

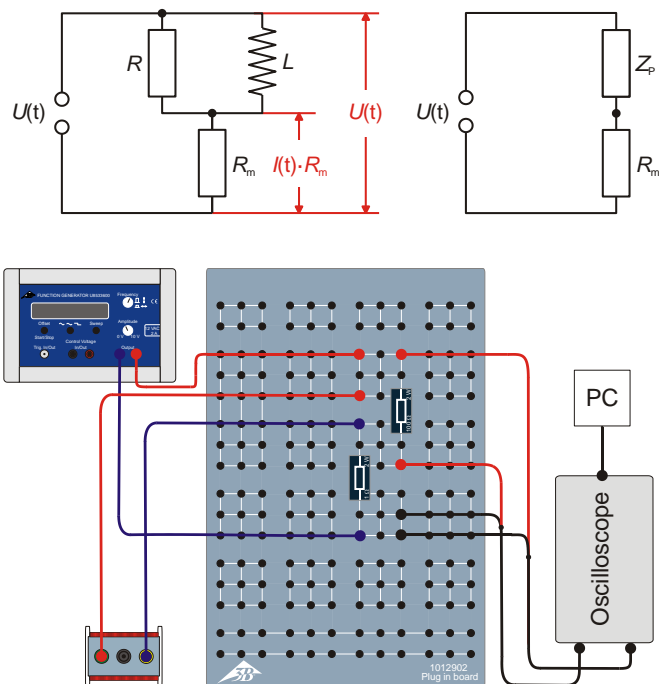


Fig. 3: Schema elettrico (in alto a sinistra), schema del circuito equivalente (in alto a destra) e rappresentazione schematica della struttura (in basso) relativi al collegamento in parallelo.

Nota

Nel corso della serie di misurazione, i parametri Time/DIV e Volts/DIV CH1 devono essere adattati.

- Selezionare sul generatore di funzione la forma del segnale sinusoidale e impostare l'ampiezza del segnale d'ingresso $U_0 = 6 \text{ V}$. A tale scopo, impostare il regolatore di ampiezza in modo tale che il massimo e il minimo del segnale sinusoidale sul canale CH2 dell'oscilloscopio (a 2 V / quadretti) corrisponda a 3 quadretti.
- Sul generatore di funzione impostare in successione le frequenze 10000 Hz, 5000 Hz, 2000 Hz, 1000 Hz, 500 Hz, 200 Hz e 50 Hz. Calcolare in base a $T = 1 / f$ la durata del periodo corrispondente e riportare nella Tabella 1 insieme alle frequenze.
- Leggere l'ampiezza U_{m0} del segnale di uscita $U_m(t)$ sull'oscilloscopio e riportare i valori nella Tabella 1.

- Leggere sull'oscilloscopio la differenza di tempo Δt dei passaggi attraverso lo zero dei segnali $U(t)$ e $U_m(t)$ e riportare i valori nella Tabella 1.
- Ripetere la misurazione per la bobina con $N = 800$ spire / $L = 10,4 \text{ mH}$ alle medesime frequenze e riportare tutti i valori nella Tabella 1.

Collegamento in parallelo

- Realizzare la disposizione per la misurazione per il collegamento in parallelo (Fig. 1, destra) come mostrato nello schema elettrico (Fig. 3) con $R_m = 1 \Omega$, $R = 100 \Omega$ e la bobina con $N = 1200$ spire / $L = 23,0 \text{ mH}$.
- Eseguire le misurazioni in maniera analoga al collegamento in serie. Selezionare sull'oscilloscopio PC i medesimi parametri iniziali, impostando però Volts/DIV CH1 a 20.0 mV CA.
- Riportare tutti i valori misurati nella Tabella 2.

ESEMPIO DI MISURAZIONE

Tab. 1: Valori misurati per il collegamento in serie.

| f / Hz | T / ms | U_{m0} / mV | | $\Delta t / \mu\text{s}$ | |
|-----------------|-----------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| | | $N = 1200$ $L = 23,0 \text{ mH}$ | $N = 800$ $L = 10,4 \text{ mH}$ | $N = 1200$ $L = 23,0 \text{ mH}$ | $N = 800$ $L = 10,4 \text{ mH}$ |
| 10000 | 0,1 | 4,1 | 7,8 | 21 | 21 |
| 5000 | 0,2 | 7,8 | 14,9 | 44 | 39 |
| 2000 | 0,5 | 18,7 | 31,6 | 92 | 72 |
| 1000 | 1,0 | 32,1 | 43,3 | 139 | 91 |
| 500 | 2,0 | 41,8 | 49,3 | 173 | 97 |
| 200 | 5,0 | 47,7 | 51,7 | 188 | 108 |
| 50 | 20,0 | 49,5 | 52,3 | 211 | 154 |

Tab. 2: Valori misurati per il collegamento in parallelo.

| f / Hz | T / ms | U_{m0} / mV | | $\Delta t / \mu\text{s}$ | |
|-----------------|-----------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| | | $N = 1200$ $L = 23,0 \text{ mH}$ | $N = 800$ $L = 10,4 \text{ mH}$ | $N = 1200$ $L = 23,0 \text{ mH}$ | $N = 800$ $L = 10,4 \text{ mH}$ |
| 10000 | 0,1 | 60,0 | 61,7 | 1,3 | 2,8 |
| 5000 | 0,2 | 60,3 | 62,6 | 4,4 | 8,3 |
| 2000 | 0,5 | 63,0 | 73,0 | 25,0 | 45,0 |
| 1000 | 1,0 | 76,2 | 104,5 | 89,3 | 130,6 |
| 500 | 2,0 | 106,0 | 170,9 | 238,2 | 278,6 |
| 200 | 5,0 | 200,0 | 316,0 | 599,4 | 545,6 |
| 50 | 20,0 | 323,6 | 431,5 | 883,8 | 614,8 |

ANALISI

- Calcolare il valore della resistenza induttiva in base a $X_{L0} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ (v. equazione 1) e riportare il risultato nella Tabella 3.
- Dai risultati ottenuti per U_{m0} (Tab. 1, 2) e R_m (1 Ω) in base a $I_0 = U_{m0} / R_m$ calcolare l'ampiezza della corrente e riportare i valori nella Tabella 3.
- Calcolare i valori Z_{0S} e Z_{0P} della resistenza totale in base a $Z_0 = U_0 / I_0$ ($U_0 = 6$ V) e riportare i valori nella Tabella 3.
- Dai valori della durata del periodo T e della differenza di tempo Δt (Tab. 1, 2) in base a $\varphi = 360^\circ \cdot \Delta t / T$ calcolare lo spostamento di fase e riportare i valori nella Tabella 3.
- Rappresentare graficamente i valori Z_{0S} e Z_{0P} della resistenza totale e gli spostamenti di fase φ per il collegamento in serie e in parallelo in funzione di X_{L0} (Fig. 4 – 7).

- Calcolare teoricamente i valori Z_{0S} e Z_{0P} della resistenza totale e gli spostamenti di fase φ in base alle equazioni (5) per il collegamento in serie e (6) per quello in parallelo

$$(9) \quad Z_{S0} = \sqrt{R^2 + X_{L0}^2}, \quad \varphi = \arctan\left(\frac{X_{L0}}{R}\right)$$

$$(10) \quad Z_{P0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_{L0}^2}}}, \quad \varphi = \arctan\left(\frac{R}{X_{L0}}\right),$$

e rappresentare come linee tracciate nelle Figg. 4 – 7.

Conclusione

Con una reattanza induttiva grande, il collegamento in serie acquisisce il valore della reattanza induttiva e il collegamento in parallelo quello della resistenza ohmica. Lo spostamento di fase è compreso tra 0° e 90° ed è pari a 45° se la resistenza ohmica e induttiva sono uguali.

Tab. 3: Valori calcolati per X_{L0} della resistenza induttiva e valori determinati dalla misurazione per l'ampiezza I_0 della corrente, i valori Z_{0S} e Z_{0P} della resistenza totale nonché lo spostamento di fase φ in relazione al collegamento in serie e in parallelo.

| N L / mH | X_{L0} / Ω | Collegamento in serie | | | Collegamento in parallelo | | |
|------------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|-----------|---------------------------|-------------------|-----------|
| | | I_0 / mA | Z_{S0} / Ω | φ | I_0 / mA | Z_{P0} / Ω | φ |
| 1200 23,0 | 1445,1 | 4,1 | 1461,6 | 75,6° | 60,0 | 100,1 | 4,7° |
| | 722,6 | 7,8 | 766,5 | 79,2° | 60,3 | 99,4 | 7,9° |
| | 289,0 | 18,7 | 320,7 | 66,2° | 63,0 | 95,2 | 18,0° |
| | 144,5 | 32,1 | 187,1 | 50,0° | 76,2 | 78,8 | 32,1° |
| | 72,3 | 41,8 | 143,5 | 31,1° | 106,0 | 56,6 | 42,9° |
| | 28,9 | 47,7 | 125,7 | 13,5° | 200,0 | 30,1 | 43,2° |
| | 7,2 | 49,5 | 121,3 | 3,8° | 323,6 | 18,5 | 15,9° |
| 800 10,4 | 653,5 | 7,8 | 766,5 | 75,6° | 61,7 | 97,3 | 10,0° |
| | 326,7 | 15,0 | 402,9 | 70,2° | 62,6 | 95,8 | 14,9° |
| | 130,7 | 31,6 | 189,9 | 51,8° | 72,9 | 82,3 | 32,4° |
| | 65,3 | 43,3 | 138,4 | 32,8° | 104,5 | 57,4 | 47,0° |
| | 32,7 | 49,3 | 121,8 | 17,5° | 170,9 | 35,1 | 50,1° |
| | 13,1 | 51,7 | 116,0 | 7,8° | 316,0 | 19,0 | 39,3° |
| | 3,3 | 52,3 | 114,7 | 2,7° | 431,5 | 14,0 | 11,1° |

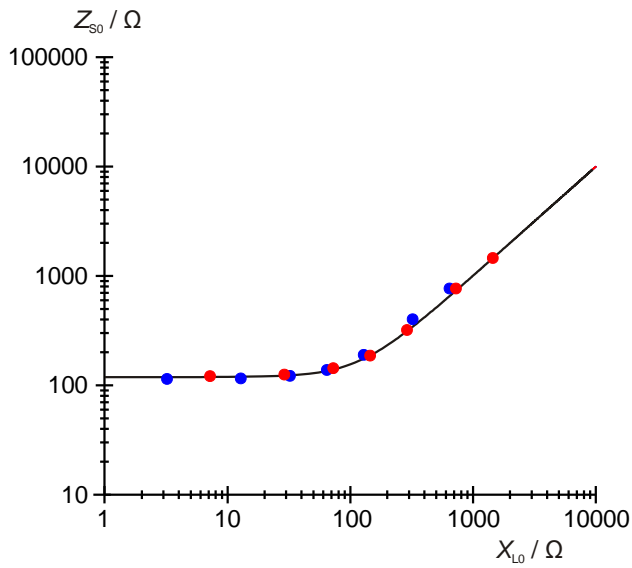


Fig. 4: Resistenza totale con collegamento in serie per $N = 800$ (●) e $N = 1200$ (●) spire.

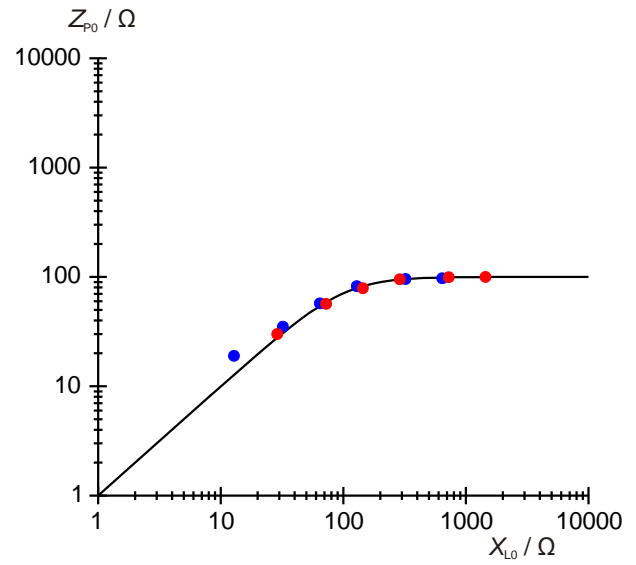


Fig. 6: Resistenza totale con collegamento in parallelo per $N = 800$ (●) e $N = 1200$ (●) spire.

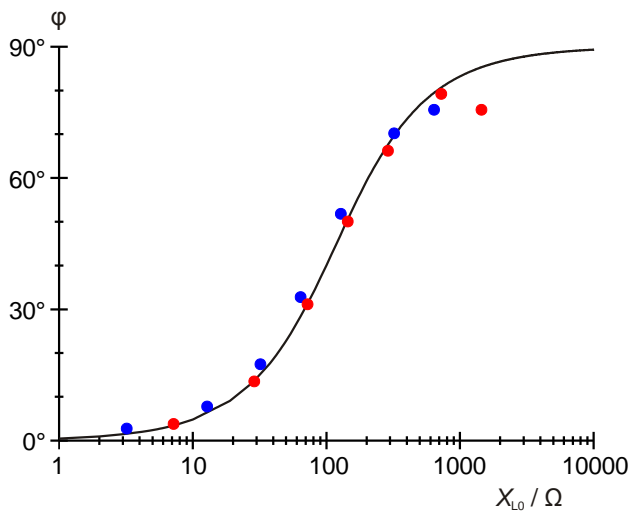


Fig. 5: Spostamento di fase con collegamento in serie per $N = 800$ (●) e $N = 1200$ (●) spire.

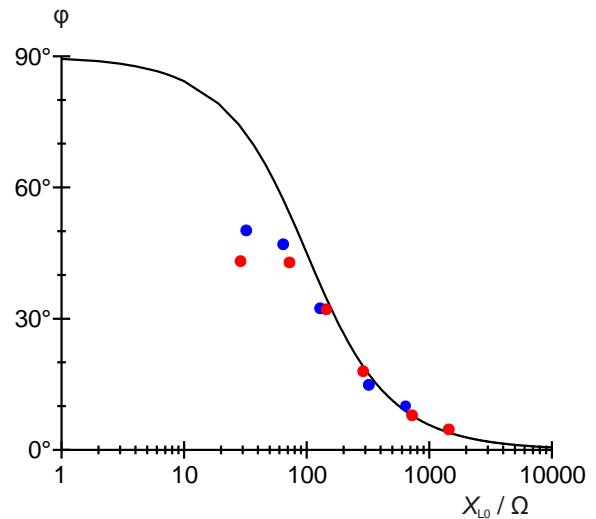


Fig. 7: Spostamento di fase con collegamento in parallelo per $N = 800$ (●) e $N = 1200$ (●) spire.

