

Diffrazione da fenditure multiple e reticoli

DIMOSTRAZIONE DELLA NATURA ONDULATORIA DELLA LUCE E DETERMINAZIONE DELLA LUNGHEZZA D'ONDA.

- Analisi della diffrazione da doppie fenditure con fenditure a distanze diverse.
- Analisi della diffrazione da doppie fenditure con fenditure di larghezza diversa.
- Analisi della diffrazione da fenditure multiple con numero diverso di fenditure.
- Analisi della diffrazione da reticolo inciso e da reticolo a croce..

UE4030200

11/15 JS/UD



Fig. 1: Disposizione per la misurazione.

BASI GENERALI

È possibile descrivere la diffrazione della luce da fenditure multiple e reticoli mediante la sovrapposizione di onde elementari coerenti che, secondo il principio di Huygens, si propagano da ogni punto illuminato di una fenditura multipla. La sovrapposizione in determinate direzioni porta a un'interferenza costruttiva o distruttiva e spiega pertanto il sistema di frange chiare e scure osservato dietro la fenditura multipla.

Dietro la fenditura doppia, da un angolo di osservazione α_n l'intensità è massima se per ogni onda elementare dalla prima fenditura vi è esattamente un'onda elementare dalla seconda fenditura che si sovrappone in modo costruttivo. Tale condizione è soddisfatta se il ritardo ottico Δs_n tra le onde elementari provenienti dal centro delle fenditure corrisponde ad un multiplo intero della lunghezza d'onda λ della luce (vedere la Fig. 2).

$$(1) \quad \Delta s_n(\alpha_n) = n \cdot \lambda$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$: ordine di diffrazione

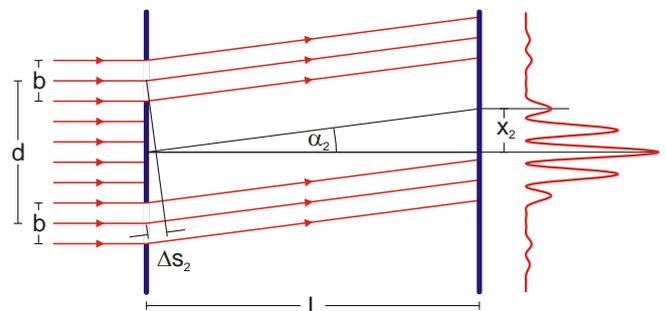


Fig. 2: Rappresentazione schematica della diffrazione della luce su una fenditura doppia (b : larghezza fenditura, d : distanza tra fenditure, L : distanza dello schermo di osservazione rispetto alla doppia fenditura, x_2 : distanza del secondo massimo dal centro, α_2 : direzione di osservazione per il secondo massimo, Δs_2 : ritardo ottico dei raggi del punto centrale).

Ad una grande distanza L dalla doppia fenditura, per piccoli angoli di osservazione α_n tra il ritardo ottico Δs_n e la coordinata di spazio x_n dei massimi di intensità vale la relazione

$$(2) \quad \frac{\Delta s_n}{d} = \sin \alpha_n \approx \tan \alpha_n = \frac{x_n}{L}$$

d : distanza tra fenditure

Pertanto i massimi si trovano ad un intervallo regolare

$$(3) \quad a = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{d} \cdot L$$

l'uno accanto all'altro.

Questo vale anche per la diffrazione da una fenditura multipla con più di 2 fenditure equidistanti. L'equazione (1) indica la condizione di interferenza costruttiva delle onde elementari da tutte le fenditure N . È quindi possibile ricorrere alle equazioni (2) e (3) anche per le fenditure multiple.

La determinazione dei minimi di intensità è invece matematicamente più complessa: Mentre per una doppia fenditura tra due massimi di intensità si trova esattamente un minimo di intensità, nel caso di una fenditura multipla tra l' n -esimo e l' $(n+1)$ -esimo massimo si trova un minimo, se le onde elementari dalle fenditure N interferiscono in modo tale che l'intensità totale si azzera. Questo avviene quando il ritardo ottico tra le onde elementari provenienti dal centro delle fenditure soddisfa la condizione

$$(4) \quad \Delta s = n \cdot \lambda + m \frac{\lambda}{N}$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad m = 1, \dots, N-1$$

Si trovano quindi i minimi $N-1$ e tra questi i cosiddetti massimi secondari $N-2$, la cui intensità è inferiore a quella dei cosiddetti massimi principali.

All'aumentare del numero N delle fenditure scompare il contributo dei massimi secondari. Non si parla più di fenditura multipla bensì di reticolo inciso. Un reticolo a croce infine può essere inteso come una disposizione di due reticoli incisi contrapposti di 90° l'uno all'altro. I massimi di diffrazione diventano punti di una rete rettangolare in cui l'ampiezza delle maglie è data da (3).

La luminosità nei massimi principali è modulata dalla distribuzione della luminosità a partire dalla diffrazione sulla fenditura singola ed è concentrata in modo tanto più intenso su piccoli angoli α quanto maggiore è la larghezza della fenditura b . Per un calcolo preciso si sommano le ampiezze di tutte le onde elementari, tenendo conto dei ritardi ottici, a formare l'ampiezza totale A . In un qualsiasi punto x dello schermo si ha quindi

$$(5) \quad I = A^2 \propto \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot b \cdot x}{\lambda \cdot L}\right)}{\frac{\pi \cdot b \cdot x}{\lambda \cdot L}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N \cdot \frac{\pi \cdot d \cdot x}{\lambda \cdot L}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot d \cdot x}{\lambda \cdot L}\right)} \right)^2 = f(x).$$

La funzione $f(x)$ sulla destra dell'equazione (5) è data nel punto $x = 0$ al centro della distribuzione della luminosità dal seguente valore limite:

$$(6) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = N^2$$

Il primo fattore di $f(x)$ descrive la diffrazione su una singola fenditura mentre il secondo l'interferenza fra le fenditure N .

ELENCO DEGLI STRUMENTI

1	Diodo laser, rosso	U22000	1003201
1	Banco ottico K, 1000 mm	U8475240	1009696
2	Cavaliere ottico K	U8475350	1000862
1	Supporto di fissaggio K	U84755401	1008518
1	Supporto K per diodo laser	U8475550	1000868
1	Diaframma con 3 doppie fenditure di larghezza diversa	U14100	1000596
1	Diaframma con 4 doppie fenditure a distanze diverse	U14101	1000597
1	Diaframma con 4 fenditure multiple e reticolo	U14102	1000598
1	Diaframma con 3 reticoli incisi	U14103	1000599
1	Diaframma con 2 reticoli a croce	U14106	1000601

MONTAGGIO E ESECUZIONE

- Sistemare e fissare sul banco ottico un cavaliere ottico a 0 e uno a 70 cm (Fig. 1).
- Inserire e bloccare il laser a diodi nell'apposito supporto. Inserire il supporto con il relativo laser a diodi sul cavaliere ottico in corrispondenza dei 70 cm.
- Inserire sul cavaliere ottico il supporto di fissaggio in corrispondenza della posizione 0 cm. Fissare nel supporto un diaframma con oggetti di diffrazione di modo che lo stesso oggetto da misurare sia centrato sull'asse ottico.
- Posizionare uno schermo di proiezione a una distanza $L \approx 7$ m dall'oggetto di diffrazione (Fig. 2) formando un angolo retto rispetto all'asse ottico. Misurare con esattezza e annotare la distanza fra l'oggetto di diffrazione e lo schermo di proiezione. Non modificare più la posizione del banco ottico, all'occorrenza misurare nuovamente la distanza L a ogni cambio di diaframma o oggetto di diffrazione.
- Collegare l'alimentatore a spina del laser a diodi alla rete elettrica e accendere il laser.
- Fissare nel supporto uno dopo l'altro i diaframmi con gli oggetti di diffrazione e osservare per ognuno la distribuzione della luminosità sullo schermo, scattando eventualmente a corredo una foto.
- Per le 4 doppie fenditure con distanza tra le fenditure diversa, misurare la distanza x_n fra un massimo di ordine $n \neq 0$ e un massimo di ordine 0 al centro della distribuzione della luminosità (esempio per $n = 2$ v. Fig. 2) e annotare in Tab. 1 (v. analisi).

ESEMPIO DI MISURAZIONE

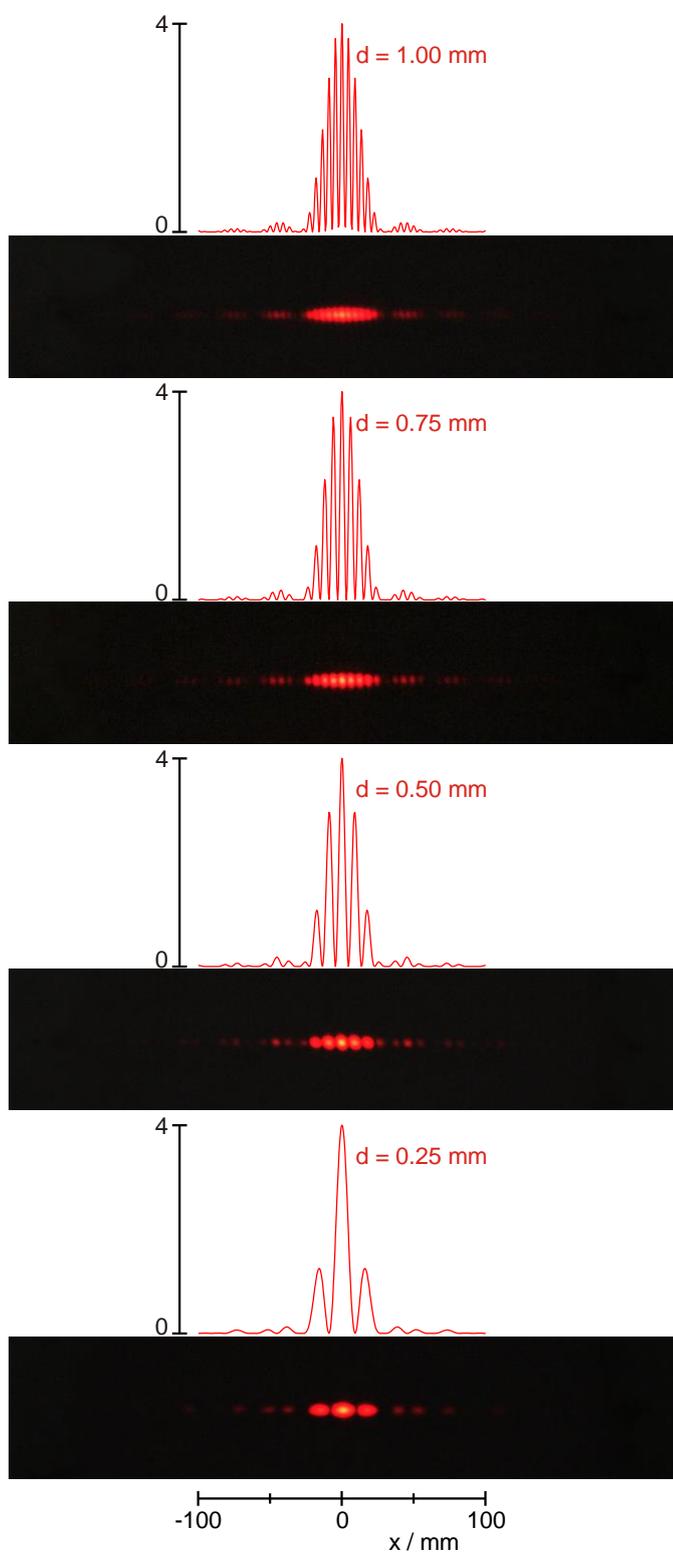


Fig. 3: Diffrazione su doppia fenditura con fenditure a distanze diverse d . Funzione calcolata $f(x)$ e intensità osservata. Numero fenditure $N = 2$, larghezza $b = 0,15$ mm.

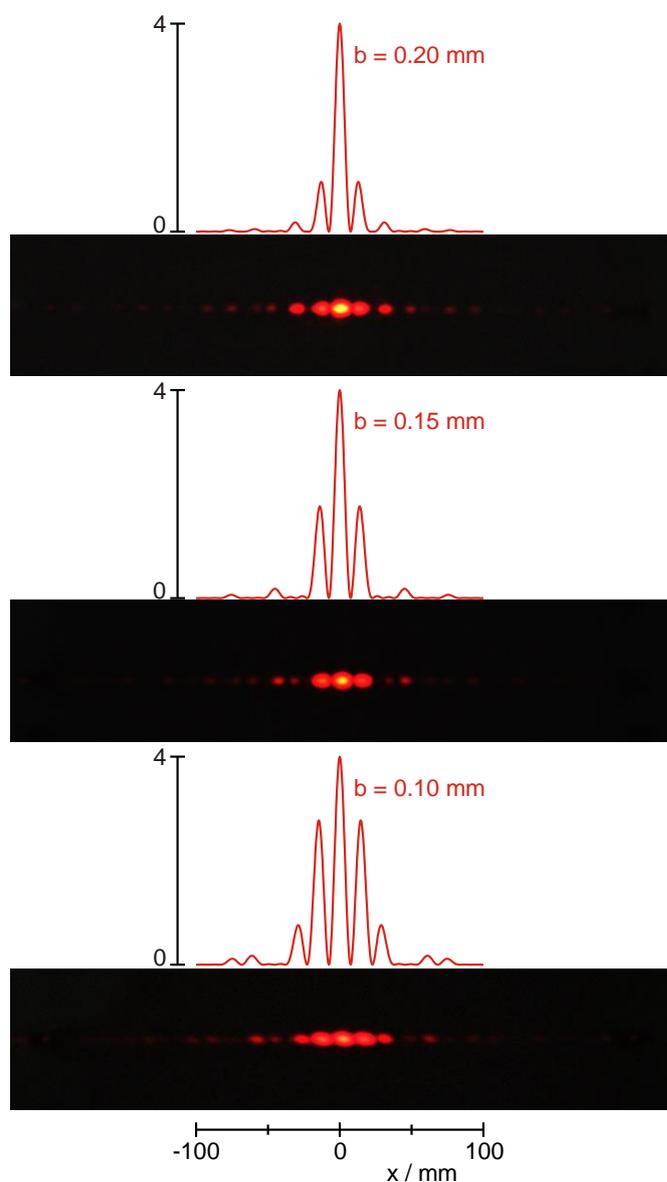


Fig. 4: Diffrazione su doppia fenditura con fenditure di larghezza diversa b . Funzione calcolata $f(x)$ e intensità osservata. Numero fenditure $N = 2$, distanza $d = 0,30$ mm.

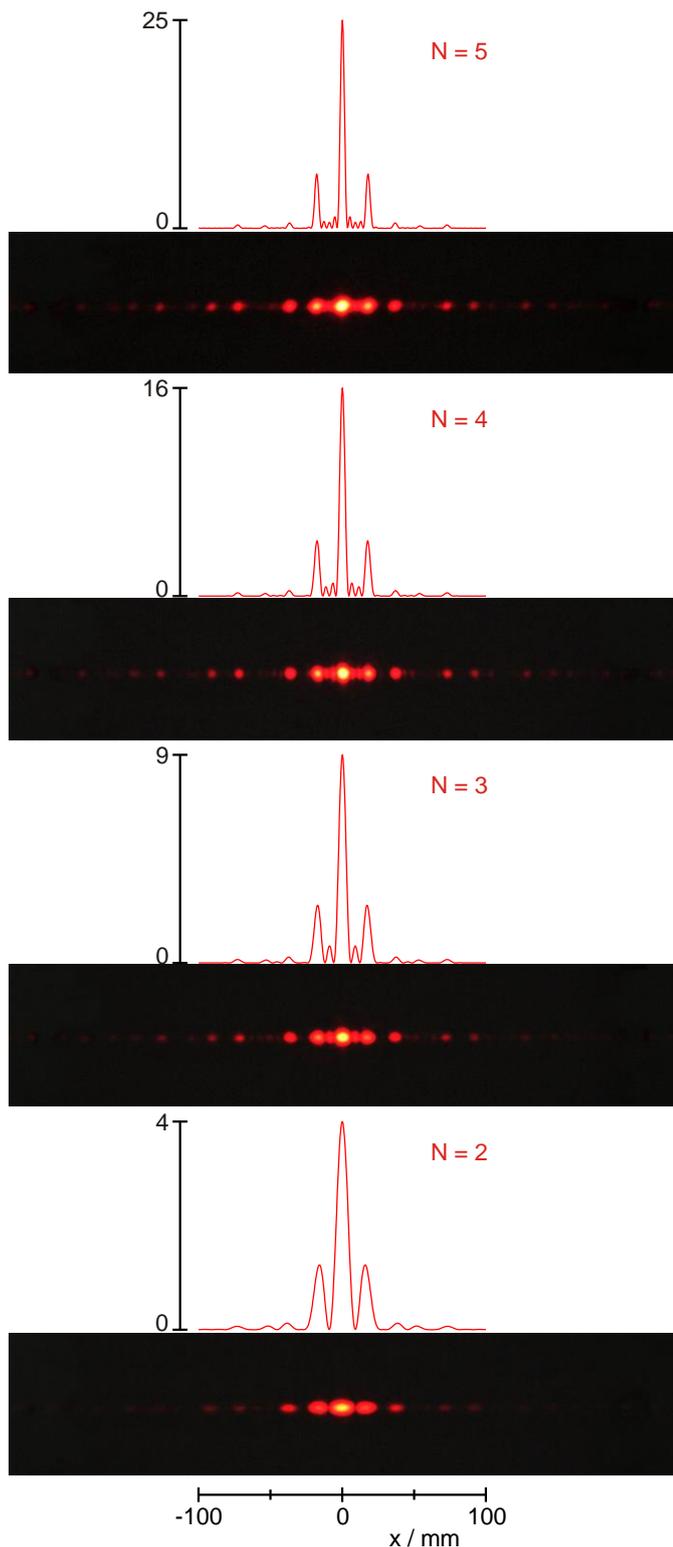


Fig. 5: Diffrazione da fenditure multiple con numero diverso di fenditure N . Funzione calcolata $f(x)$ e intensità osservata. Distanza fenditure $d = 0,25$ mm, larghezza $b = 0,15$ mm.

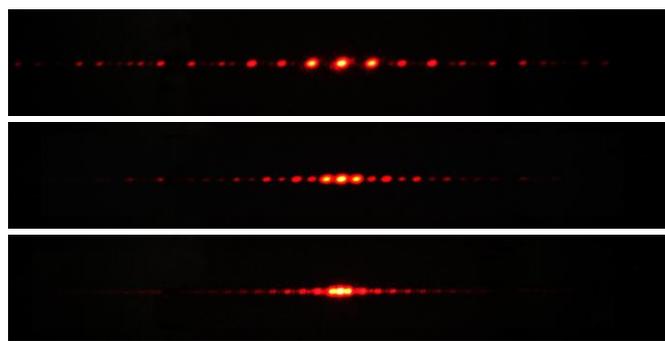


Fig. 6: Diffrazione da reticolo inciso con 20 (in basso), 40 (al centro) e 80 (in alto) linee/cm, in base alle costanti reticolari $g = 0,50, 0,25$ e $0,125$ mm.

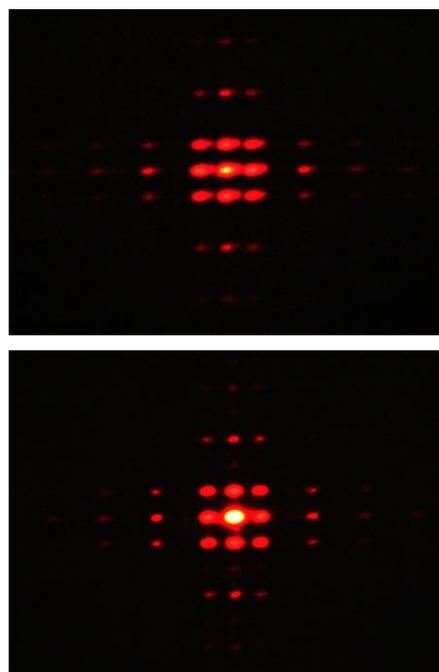


Fig. 7: Diffrazione su un reticolo a croce bianco (in basso) e nero (in alto) con 40 linee/cm, in base a una costante reticolare $g = 0,25$ mm.

ANALISI

Per una valutazione dettagliata della distribuzione della luminosità osservata sullo schermo dei diversi diaframmi, la luminosità e le funzioni $f(x)$ vengono calcolate secondo l'equazione (5) utilizzando le larghezze delle fenditure, le distanze tra fenditure e i numeri delle fenditure indicati, e comparate poi con la distribuzione della luminosità osservata sullo schermo (Fig. 3, 4 e 5).

Nel caso di fenditure a distanze diverse (Fig. 3) si nota che il numero dei massimi di interferenza aumenta con l'aumentare della distanza tra le fenditure e la relativa larghezza si riduce poiché la larghezza dei massimi di diffrazione (involuppo dei massimi di interferenza) rimane invariata. All'aumentare della distanza tra le fenditure possono interferire tra loro sempre più onde diffratte.

Nel caso di fenditure con larghezza diversa (Fig. 4) si nota che il numero dei massimi di interferenza resta invariato con l'aumentare della larghezza della fenditura e la relativa intensità per ordini $n \neq 0$ diminuisce, poiché la larghezza dei massimi di diffrazione (involuppo dei massimi di interferenza) si riduce. Per via della diffrazione sempre più debole all'aumentare della larghezza della fenditura, l'interferenza tra le onde diffratte è pertanto più debole.

Nel caso di fenditure multiple (Fig. 5) si osservano come previsto $N-2$ massimi secondari, ovvero per una doppia fenditura nessuno, per una tripla fenditura uno, per una quadrupla fenditura due e per cinque fenditure tre.

In generale, in corrispondenza dei punti in cui si trovano minimi di diffrazione non è possibile osservare massimi di interferenza. Questo accade se il primo fattore di $f(x)$ nell'equazione (5) diventa zero, quindi con multipli interi di $x = (\lambda / b) \cdot L$. Per $b = 0,15 \text{ mm}$ si ha ad es. (v. Fig. 3 e 5):

$$(7) \quad x = \frac{\lambda}{b} \cdot L = \frac{650 \text{ nm}}{0,15 \text{ mm}} \cdot 7 \text{ m} = 30,3 \text{ mm}$$

Nel caso dei tre reticoli incisi (Fig. 6) scompare come previsto il contributo dei massimi secondari e la distanza a dei massimi principali sullo schermo diventa in base all'equazione (3) sempre maggiore all'aumentare del numero delle linee/cm, in base a una costante reticolare g sempre minore.

In entrambi i reticoli a croce (Fig. 7), i massimi di diffrazione diventano come previsto punti di una rete rettangolare. I massimi di diffrazione del reticolo a croce bianco appaiono più chiari rispetto a quelli del reticolo a croce nero poiché nel reticolo bianco viene trasmessa più, e di conseguenza assorbita meno, intensità rispetto al reticolo nero.

La lunghezza d'onda della luce diffratta è calcolata per doppie fenditure a distanze diverse in base all'equazione (3) partendo da distanze regolari a dei massimi.

- Formare i quozienti L / d per le 4 doppie fenditure con distanza diversa (Tab. 1).
- Per la determinazione della distanza a dei massimi dividere le distanze misurate x_n per l'ordine di diffrazione n (Tab. 1).
- Riportare in un diagramma i valori determinati dalla misurazione per a rispetto a L / d e tracciare una retta passante per i punti di misurazione (Fig. 8).

In base all'equazione (3), la pendenza della retta passante coincide esattamente con la lunghezza d'onda λ :

$$(8) \quad a = \lambda \cdot \left(\frac{L}{d} \right)$$

Si ottiene un valore di $\lambda = 630 \text{ nm}$, che coincide fino al 3% con il valore specificato $\lambda = 650 \text{ nm}$.

Tab. 1: Diffrazione su doppia fenditura con fenditure a distanze diverse d , cfr. Fig. 3 ($L = 7 \text{ m}$: Distanza rispetto allo schermo, n : ordine di diffrazione, x_n : distanza misurata, a : distanza dei massimi determinata da x_n).

d / mm	L / d	n	x_n / mm	a / mm
0,25	28000	2	35,56	17,78
0,50	14000	6	53,20	8,87
0,75	9333	8	47,60	5,95
1,00	7000	12	53,20	4,43

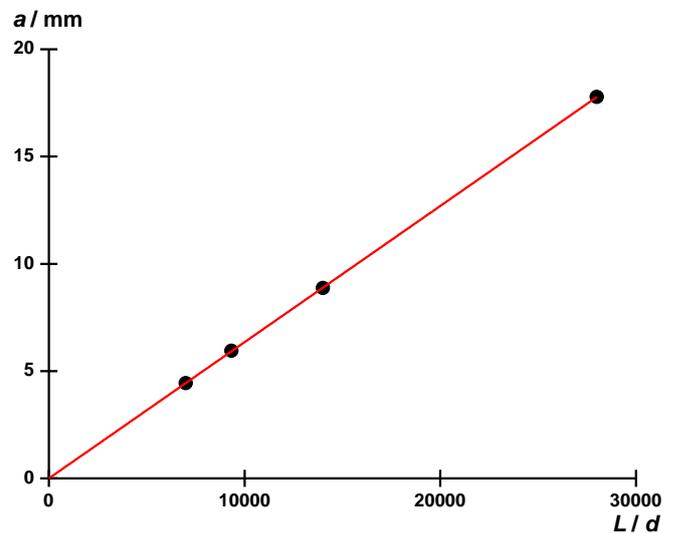


Fig. 8: Distanze dei massimi a in funzione dei quozienti L / d dalla distanza dello schermo $L = 7 \text{ m}$ e dalle distanze delle fenditure d .

